

УДК 330.4 (075.8)

UDC 330.4 (075.8)

СОВРЕМЕННЫЙ ИНСТРУМЕНТАРИЙ В ИССЛЕДОВАНИИ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ. 3 – ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ**THE MODERN TOOLKIT IN THE RESEARCH OF MACROECONOMIC DYNAMICS. 3 - THE PHASE ANALYSIS**

Боташева Фатима Борисовна

Botascheva Fatima Borisovna

к.э.н., доцент

Cand.Econ.Sci., associate professor

*Северо-Кавказская государственная гуманитарно-технологическая академия
Черкесск, КЧР, Россия**North-Caucasian State Humanitarian-Technological
Academy, Cherkessk, KCR, Russia*

В третьей статье из серии работ по инструментальным методам исследования макроэкономической динамики описывается фазовое пространство, фазовый анализ в нём и их макроэкономические приложения. Фазовые картины наряду с самим показателем содержат его первую производную (тенденцию), что в лучшей степени характеризует устремления макроэкономического процесса. В фазовом пространстве периодические экономические процессы (сезонность и цикличность) становятся по настоящему циклическими, «круговыми» конструкциями, что облегчает восприятие экономических архетипов. Фазовый анализ оказался новым, более универсальным, простым, но в то же время, тонким, интеллектуальным, математически точным инструментом при исследовании макроэкономических конъюнктур. Он дал возможность аналитически, численно и графически анализировать, представлять, визуализировать и прогнозировать развитие циклов в макроэкономике

In the third article from the series of the works dedicated to the tool methods of the research of macroeconomic dynamics the phase space, the phase analysis in it and their macroeconomic appendices are described. Phase pictures alongside with a parameter contain its first derivative (tendency), which in the best degree characterizes aspirations of a macroeconomic process. In a phase space, periodic economic processes (seasonal prevalence and cyclicity) become rather cyclic or “circular” designs, which facilitate the recognition of economic archetypes. The phase analysis has appeared new, more universal, simple, but at the same time thin, intellectual, mathematically exacted tool at the research of macroeconomic conjuncture. It has enabled the possibility to analyze, to represent, to visualize and to predict the development of cycles in macroeconomic analytically, numerically and in a graphical way

Ключевые слова: ПЕРЕХОДНЫЕ ЭКОНОМИКИ, ВАРИАТИВНОСТЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО СИГНАЛА, ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ, ФАЗОВОЕ ПРОСТРАНСТВО, ФАЗОВЫЙ ПОРТРЕТ, ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ВЗАИМОЗАВИСИМОСТЬ

Keywords: TRANSITIVE ECONOMY, VARIABILITY OF ECONOMIC SIGNAL, PHASE ANALYSIS, PHASE SPACE, PHASE PORTRAIT, PARAMETRICAL INTERDEPENDENCE

В качестве ещё одного математического конструкта для исследований макроэкономической динамики определим аппарат фазового анализа. Заметим, что первый математический конструкт – сплайн-аппроксимация – особенно хорошо проявил себя именно при построении гладких и непрерывных моделей экономической эволюции с последующим применением в построении и анализе фазовых сплайн-портретов и параметрических кривых взаимных зависимостей, в которых, в частности, рельефно обнаруживаются и из которых успешно вычленяются циклические конструкции [1].

Остановимся на математических проблемах достаточно новых для макроэкономики понятий фазового пространства, фазового анализа дина-

мики показателей, реализуемых в фазовом пространстве, фазовых траекторий, фазовых портретов, картин параметрических взаимозависимостей. Фазовым портретом назовём построенную в фазовом пространстве кривую, которая представляет собой зависимость первой производной $Y'(t)$ некоторого непрерывного макроэкономического показателя $Y(t)$ от самого этого показателя или функции, время t будет играть роль параметра. Более обще - на фазовых портретах временные ряды макроэкономических переменных геометрически представляются семейством ориентированных непрерывных и гладких сплайн-траекторий на фазовой плоскости $OY\dot{Y}$, координатные оси которой соответствуют функции $Y(X)$ (ось абсцисс) и производной $\dot{Y}(X)$ (ось ординат). Значения временного параметра X (чаще всего это время t) сохраняются и могут быть визуализированы временными реперами. Фазовые портреты могут строиться в трёхмерном пространстве, тогда на две оси фазового пространства встают две переменные (часто это сам показатель и его первая производная), а на третью – параметр – время. Хорошо известно, какую важную роль играет и как широко используется фазовый анализ в науке вообще и в её приложениях, в математике, математическом анализе и прикладной математике, физике, технических науках и приложениях, в электричестве, в радиотехнике, системах автоматике.

Следующим полезным приложением фазового сплайн-анализа является получение, построение и анализ взаимных параметрических зависимостей (кривых) нескольких экономических показателей или характеристик рынка $Y(t), Z(t), \dots$, которые располагаются на разных осях фазового пространства в виде гладких сплайн-картин при явном сохранении и индикации временного параметра t . Непрерывность сплайн-образов облегчает понимание непрерывности, неразрывности, инерционности, взаимной увязки экономических, финансовых, маркетинговых процессов рыночной макроэкономики. Переход от временных рядов нескольких экономических показателей к картинам их параметрических взаимозависимостей в двух и

трёх измерениях даёт возможность лучшего восприятия нового демонстрационного и понятийного качества графического анализа макроэкономики. Смысл перехода к параметрическим кривым состоит в том, что на одной картине, в одной координатной системе можно увидеть взаимодействие экономических переменных друг с другом, это важно при переходе экономики к сетевой структурной парадигме с необходимостью выявления многочисленных и структурно-сложных причинно-следственных связей.

Впервые фазовые траектории на фазовой плоскости появились при геометрическом представлении решений дифференциальных уравнений второго порядка

$$\frac{d^2Y(t)}{dt^2} = f\left(t, Y(t), \frac{dY(t)}{dt}\right) \quad (1),$$

которые, в свою очередь, можно преобразовать в систему двух уравнений первого порядка

$$\frac{dY(t)}{dt} = Y'(t); \quad \frac{dY'(t)}{dt} = f(t, Y(t), Y'(t)) \quad (2).$$

В более общем аналитическом случае на фазовой плоскости (Y, Y') можно представить решение уравнений:

$$dY(t)/dt = P(Y, Y'); \quad dY'(t)/dt = Q(Y, Y') \quad (3)$$

(автономная система). Таким образом, фазовые траектории будут удовлетворять дифференциальному уравнению первого порядка

$$dY'/dY = Q(Y, Y')/P(Y, Y') \quad (4),$$

оно каждой точке (Y, Y') фазовой плоскости ставит в соответствие наклон проходящей через неё интегральной кривой с общим решением

$$Y = Y(t); \quad Y' = Y'(t). \quad (5).$$

Построенное «поле направлений» (4) на «изображении» дифференциального уравнения в фазовой плоскости (3) позволяет сделать набросок $Y'(Y)$, у которого начальная точка находится на чертеже и её положение определяется заданием начальных значений Y_H и Y'_H .

Особый интерес к уравнениям (1) или (3) вызван тем, что их решениями могут оказаться периодические функции, описываемые синусными и косинусными компонентами, например, $\sin(k \times \omega_0 \times t)$, $\cos(k \times \omega_0 \times t)$ и их линейными комбинациями. Поэтому уравнения могут использоваться для описания периодических во времени t (сезонных или циклических) процессов, столь характерных для рыночной экономики.

Проблема вычленения из временного ряда и построения «круговых» циклов решается переносом процесса в фазовое пространство. Если подходить предельно строго, то в математике понятие «фазовое пространство» и далее – «фаза», «фазовая плоскость», «фазовый портрет», «фазовая траектория» - со временем обобщалось. Правда, определяются они при этом гораздо менее конструктивно. Общее представление о фазовом пространстве - для многомерной системы её показатели, параметры, характеристики или признаки в количестве S должны располагаться на S координатных осях S -мерного пространства, как правило, ортогонального. В математике фазовое пространство определяется множеством всех возможных состояний системы в фиксированный момент времени. Чаще всего состояние системы задается некоторым набором чисел (фазовых координат), оно представляет собой область в многомерном пространстве и называется «многообразим». Каждому возможному состоянию системы (объекта) соответствует (визуально в том числе) точка многомерного фазового пространства, аналитически – кортеж длины S . Такая точка фазового пространства задаёт своим положением состояние всей системы [2].

Сущность и польза понятия фазового пространства заключается в том, что состояние сколь угодно сложной системы можно представить одной единственной точкой, а эволюция этой системы рассматривается как движение такой одной точки по фазовому пространству. Кривая, описываемая ею, называется фазовой кривой или фазовой траекторией. Точка, графически заменяющая положение объекта системы, динамически переме-

щается по S -мерному фазовому пространству, отклонением в сторону каждой координатной оси отражая изменение анализируемого показателя. Найти точку возможно, зная координату и скорость в начальный момент. Фазовое пространство системы такого типа становится двумерным.

О визуализации в экономике. В экономических исследованиях проблемы визуализации особенно важны, потому что в макроэкономике мы имеем дело с решением слабоструктурированных многокритериальных задач, когда каждый объект имеет много разных показателей – с разными размерностями, разного смысла, разной природы, по-разному действующих на итог. Чаще всего разнородные показатели в принципе не могут быть объединены в один итоговый индикатор, да ещё так, чтобы он был репрезентативен сути процесса. Становится совершенно необходимым переходить к сложным динамичным многокритериальным, многофакторным задачам с получением многомерного решения, что хорошо согласуется с известными положениями диалектики, требующими «рассмотрения явлений в их развитии и взаимосвязи». В область многокритериальных задач экономист-аналитик вступает при изучении современной сетевой макроэкономики, когда он принимается за изучение совместной вариации, ковариации или корреляции двух и более признаков, показателей, определяя их «силу связи». Развитие теории в этом направлении приводит к полезным обобщениям, рассмотрению взаимосвязи уже не пары признаков, а большего их числа. В математико-статистических методах речь идёт о зависимости от нескольких переменных. Сохранить многокритериальность комплекса социально-экономических характеристик удаётся только методологией многомерного анализа, множественной корреляции, многомерной статистики, кластерного анализа, таксономии, распознавания образов, метода главных компонент, дисперсионного и факторного анализа.

Так или иначе, многомерные характеристики надо «увидеть», «визуализировать», проследить за динамикой перемещения, визуально найти

интересные, необычные конструкции экономических взаимосвязей, которые далее можно исследовать более подробно, детально с привлечением специальных знаний и моделей. Визуальная оценка расположения данных в нелинейных динамических системах, к которым относятся современные сложные макроэкономические системы, важна ещё и потому, что в системах обычно не имеется единственного решения. Как правило, существует много, а очень часто – бесконечно много решений. Многокритериальные задачи имеют ту особенность, что их многомерные решения никогда нельзя свести к одному итогу, «вставить» их в один сводный параметр, по которому потом ранжировать результаты, расставляя экономические объекты в столь примитивный, но привычный «одномерный» порядок.

Навстречу усложняющимся задачам экономической теории при неопределённости динамических решений приходят широкие графические возможности современных компьютерных систем и пакетов прикладных программ, они не только позволяют «увидеть» всё множество возможных многокритериальных решений, но и анализировать их, найти числовые характеристики динамических процессов по графическим образам.

Графика рельефна, хорошо «обозрима», помогает выявить причинно-следственные связи, «будит мысль», а «выбегающие» из гладких кривых точки указывают на «промахи», грубые ошибки и неточности в исходных данных, на недостатки и ошибки их обработки. При этом в полной мере используются богатые аналитические и графические возможности современных информационных технологий, офисных пакетов и визуализационные возможности профессиональных систем компьютерной математики.

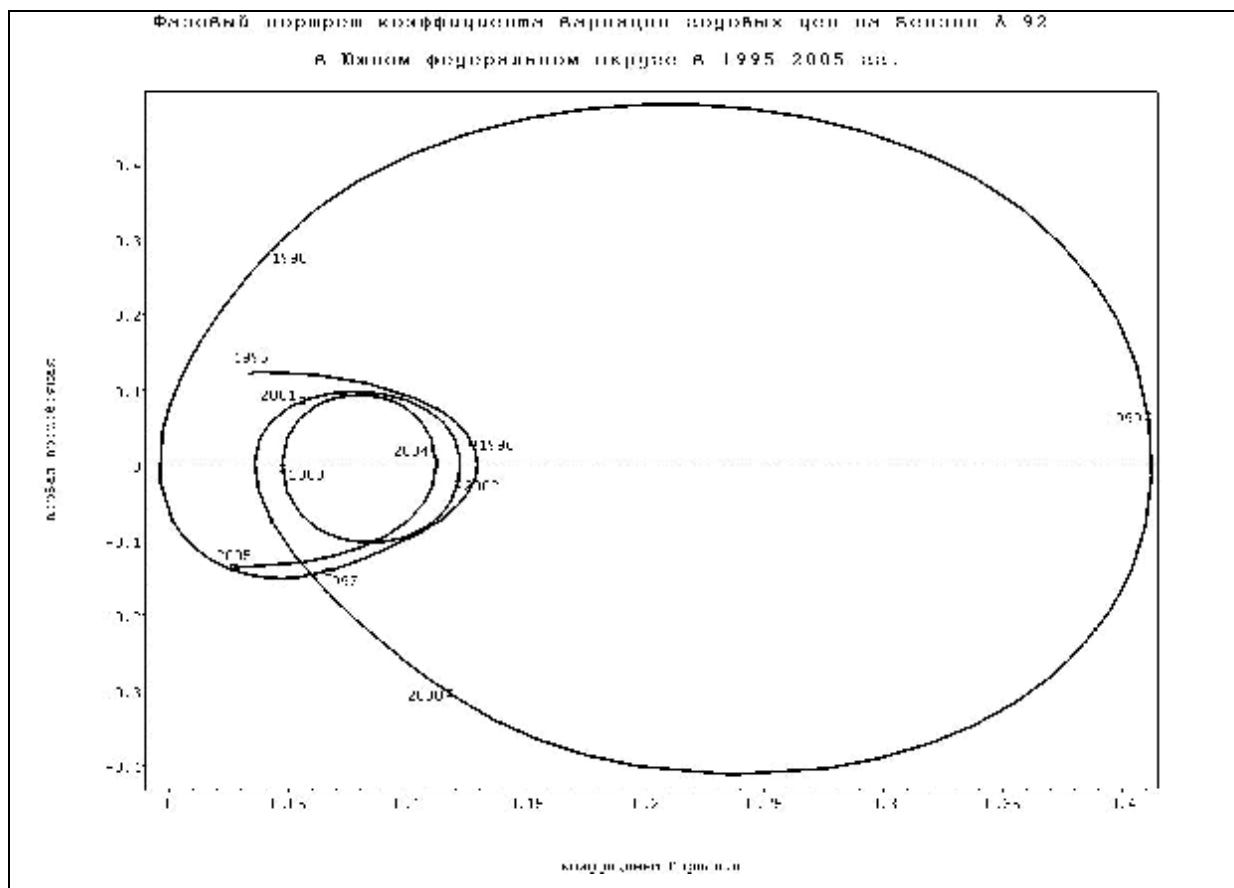


Рисунок 1 - Фазовый портрет коэффициента вариации годовых цен на бензин А-92 в Южном федеральном округе, использующийся для демонстрации событийных составляющих в российской экономике. Образуются «круговые» конструкции экономической цикличности с максимумами вариации цен на этот нефтепродукт в 1996, 1999 (большой), 2002 и 2004 гг., соответствующими четырём российским событийным составляющим

Обращение к графическому представлению информации современными программными средствами приносит нам способы наглядного представления результатов в виде кривых на плоскости, комбинаций в трёхмерном пространстве параллелепипедов, пирамид, дисков, цилиндров, конусов и трёхмерных поверхностей. В них спектр значений может моделироваться цветом, толщиной линии, интенсивностью серого, стрелками с показом направления и величины векторов в векторных полях.

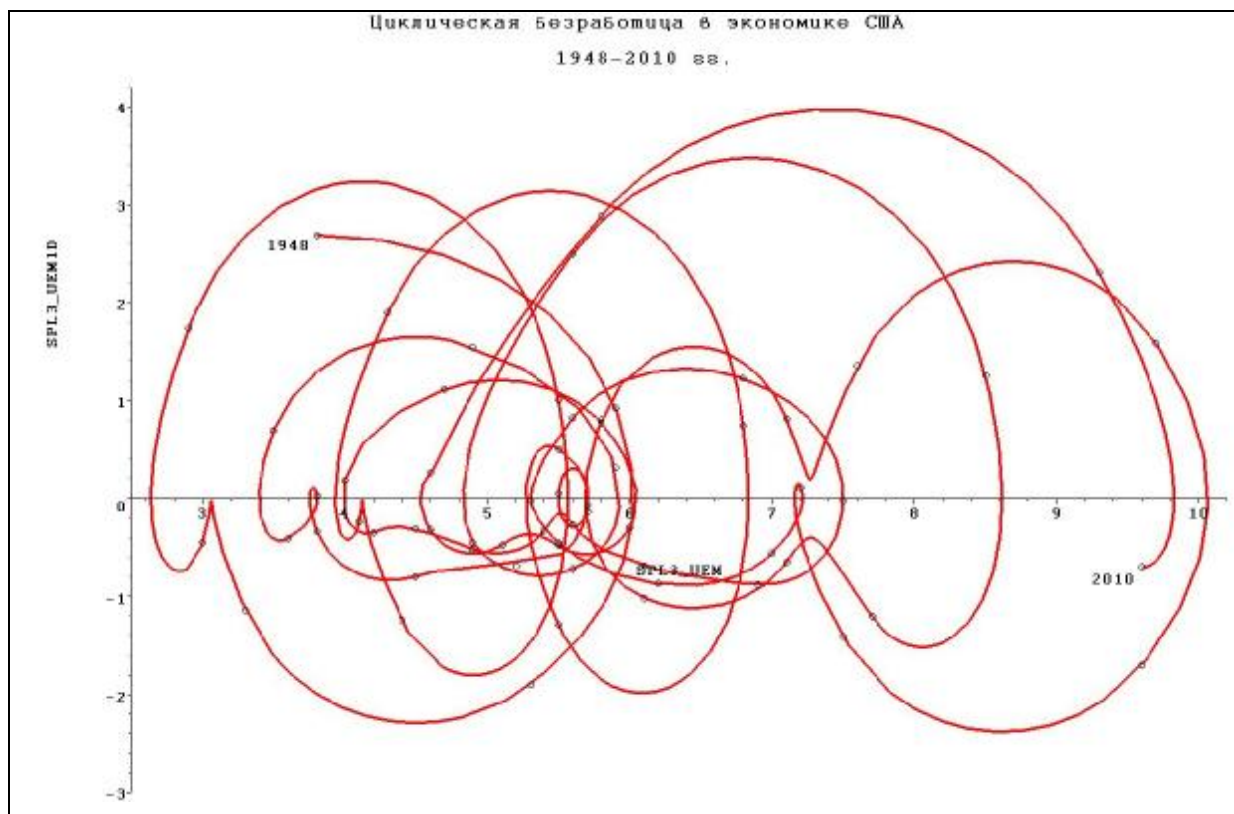


Рисунок 2 – Обобщённый фазовый портрет динамики циклической безработицы в США (среднегодовые значения) в 1948-2010 гг. Сплайновая аппроксимация. Размерность по оси абсцисс – проценты. Временные реперы (точки) на кривой соответствуют годам, первый и последний реперы идентифицированы. На фазовом портрете важную роль играет нулевой уровень, выше него производная положительна и безработица увеличивается, ниже – производная отрицательна и уровень безработицы уменьшается, движение по кривой всегда идёт по часовой стрелке

Покажем на фазовом портрете циклический характер макроэкономической динамики России, прорезывающийся сквозь вариативность цены на бензин А-92 в Южном федеральном округе в 1995-2005 гг. [3]. Построенный на рис. 1 фазовый портрет имеет в основе сплайн-кривую этих цен, но при помещении временных рядов коэффициента вариации цен на фазовую плоскость гладкие сплайн-кривые становятся «круговыми». Особенность фазового портрета рис. 1 - по оси абсцисс откладывается коэффициент вариации, по оси ординат – его первая производная.

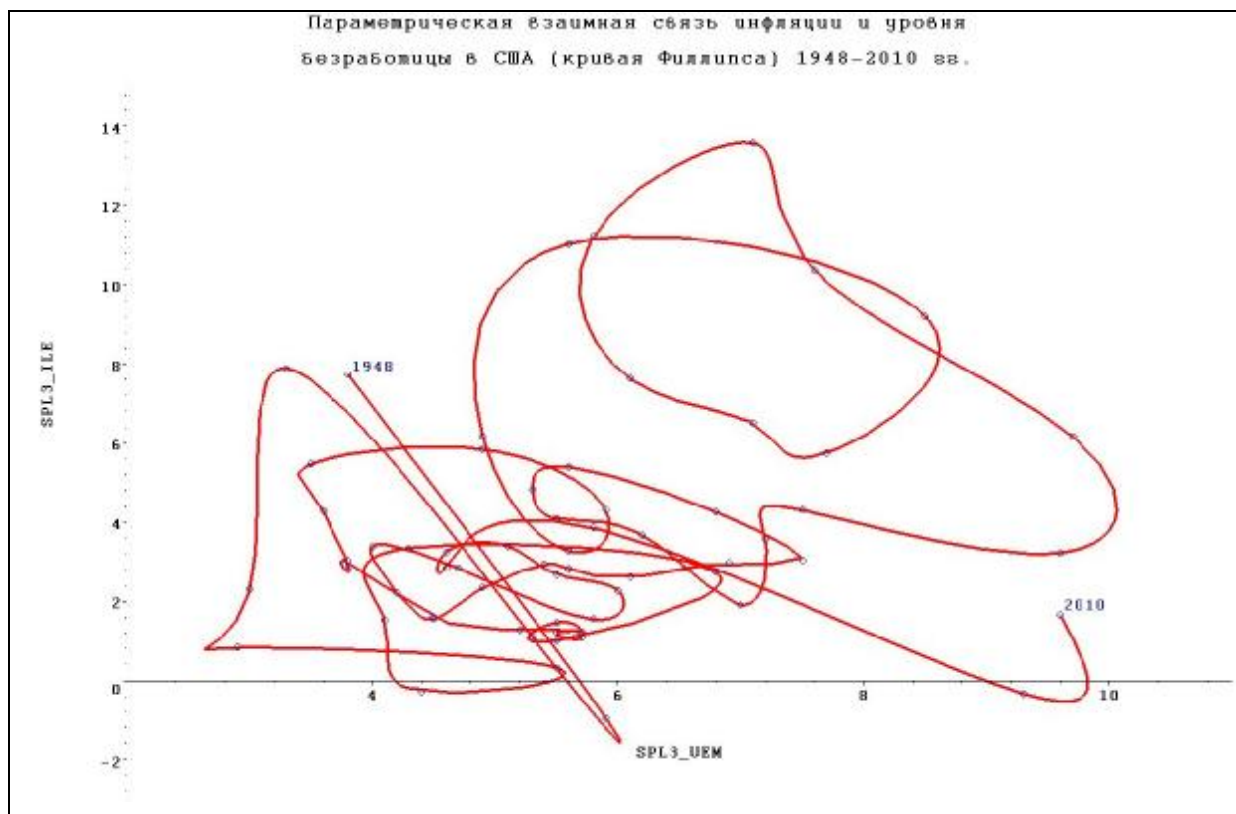


Рисунок 3 – Взаимная параметрическая зависимость уровня безработицы (*UEM*) и темпов инфляции (*ILE*) в экономике США в 1948-2010 гг. Сплайн-аппроксимация. Обобщение известной кривой Филлипса. Обозначены годы в начале и конце графика. Размерность обеих осей - проценты

Ещё одним сложным и противоречивым фазовым портретом проиллюстрируем уровень безработицы в США в 1948-2010 гг. (рис. 2). Не забудем, что в американской экономической литературе существует понятие «циклическая безработица», нам осталось только наглядно в фазовом пространстве показать её циклы, их топологию, метрические и хронологические характеристики. Будем часто для проверки инструментария использовать макроэкономические показатели США, потому что считается, что экономика США обладает очень высоким уровнем прозрачности.

Построение двумерной фазовой параметрической зависимости двух макроэкономических переменных: *ILE* - уровень инфляции, и *UEM* - уровень безработицы, покажем на рис. 3. Часть этой зависимости для интервала 1960-1969 гг. будет представлять собой хорошо известную в литературе

кривую Филлипса - графический образ взаимной зависимости гиперболического типа темпа инфляции и числа безработных

$$INFL(X) \cdot UEM(X) = CONST,$$

где X – время;

$INFL(X)$ – уровень инфляции;

$UEM(X)$ – уровень безработицы,

но теперь в новом операционном фазовом пространстве. Исходные данные с целью взаимной проверки брались одновременно из *Department of Labor Bureau of Labor Statistics* и из данных ЦРУ – *CIA World Factbook*.

Так фазовые методы обогащают экономический анализ, явно привлекая к построению фазовых портретов первую производную, они обращаются прямо к «тенденциям» процесса, его «устремлениям» в будущее, совершенно по-новому «разворачивают» понимание, выделение, обсчёт и идентификацию макроэкономических движений, позволяют визуально выделять циклические конструкции в рыночном поведении. А появление и идентификация циклических конструкций даёт новую жизнь современному направлению в экономической науке - экономической цикломатике [4].

Список литературы:

- 1 Боташева Ф.Б. Современный инструментарий в исследовании макроэкономической динамики. 2 – Слайн-аппроксимация // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, № 8 (82) 2012 года. Режим доступа <http://ej.kubagro.ru/2011/1/pdf/06.pdf>.
- 2 Бруснева И.М., Винтизенко И.Г., Чадранцев А.В. Фазовые методы анализа и прогнозирования экономической динамики // Финансово-актуарная математика и смежные вопросы – ФАМ'2005: труды IV Всероссийской конференции. Красноярск: Издательство Института вычислительного моделирования СО РАН, 2005. С. 68-72.
- 3 Боташева Ф.Б. Макроэкономическая динамика в фазовом пространстве. М.: Илекса, 2009. 268 с.
- 4 Винтизенко И.Г., Яковенко В.С. Экономическая цикломатика. М.: Финансы и статистика, 2008. 428 с.