

УДК 62-503.5

UDC 62-503.5

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЫЖКА  
ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО РОБОТА**

**MODELLING OF THE JUMP OF THE  
FOURLINK ROBOT**

Яцун Сергей Федорович  
д.т.н., профессор

Jatsun Sergey Fedorovich  
Dr.Sci.Tech., professor

*Юго-Западный государственный университет,  
Курск, Россия,  
e-mail: [teormeh@inbox.ru](mailto:teormeh@inbox.ru)*

*South-West State University, Kursk, Russia  
e-mail: [teormeh@inbox.ru](mailto:teormeh@inbox.ru)*

Локтионова Оксана Геннадьевна  
д.т.н., доцент

Loktionova Oksana Gennadievna  
Dr.Sci.Tech., associate professor

*Юго-Западный государственный университет,  
Курск, Россия  
e-mail: [teormeh@inbox.ru](mailto:teormeh@inbox.ru)*

*South-West State University, Kursk, Russia  
e-mail: [teormeh@inbox.ru](mailto:teormeh@inbox.ru)*

Серебровский Вадим Владимирович  
д.т.н., профессор

Serebrovsky Vadim Vladimirovich  
Dr.Sci.Tech., professor

*Юго-Западный государственный университет,  
Курск, Россия*

*South-West State University, Kursk, Russia*

Волкова Людмила Юрьевна  
аспирантка

Volkova Lyudmila Yurievna  
postgraduate student

*Юго-Западный государственный университет,  
Курск, Россия  
e-mail: [mila180888@yandex.ru](mailto:mila180888@yandex.ru)*

*South-West State University, Kursk, Russia  
e-mail: [mila180888@yandex.ru](mailto:mila180888@yandex.ru)*

Представлена расчетная схема четырехзвеного робота, перемещающегося с отрывом от поверхности, разработана математическая модель движения объекта, предложен алгоритм моделирования прыжка робота, осуществлено тестирование алгоритма и программы моделирования, получены закономерности перемещения устройства в зависимости от способа втягивания звеньев ноги во время этапа полета

The settlement scheme of the four-link robot moving with a jump from a surface is submitted, the mathematical model of movement of object is developed, the algorithm of modeling of a jump of the robot is offered, testing of algorithm and the modeling program is carried out, regularities of movement of the device depending of a method of retraction of foot links during a flight stage are received

Ключевые слова: ПРЫГАЮЩИЙ РОБОТ, МНОГОЗВЕННЫЙ МЕХАНИЗМ, ЭТАПЫ ПРЫЖКА, ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ, РАЗГОН, ПОЛЕТ, ПРИЗЕМЛЕНИЕ

Keywords: JUMPING ROBOT, MULTILINK MECHANISM, STAGES OF JUMP, POSITIONING, LIFT-OFF, FLIGHT, LANDING

**Введение**

Роботы, перемещающиеся с отрывом от поверхности, являются объектами исследования многих ученых, таких как Б. Браун, Дж. Цеглин, С. Дубовский, П. Фиорини, М. Ковас, Д. Флориано [1-5], и крупных инженерных компаний, включая Бостон Дайнемикс [6]. Исследуемые роботы разнообразны по конструкции, массогабаритным параметрам,

высоте и длине реализуемого прыжка. Но их можно классифицировать по ряду признаков: способам позиционирования до и после отрыва от поверхности, количеству звеньев, типу привода, посредством которого осуществляется разгон до отрыва от поверхности.

Среди способов позиционирования до полета наиболее распространенными являются поворот корпуса робота на колесах или ногах или же изменение угла наклона корпуса к поверхности за счет изменения положения его центра масс, а также поворот разгонного модуля относительно неподвижного корпуса. После приземления прыгающие роботы могут позиционироваться для достижения устойчивого положения, из которого возможна реализация следующего прыжка, путем изменения геометрии звеньев устройства или же за счет изменения положения центра масс. Еще одним классификационным признаком прыгающих роботов является количество входящих в них звеньев. Различают роботов двух-, трех- и четырехзвенных. Для отрыва роботов от поверхности могут использоваться различные приводы: пневматические, гидравлические, с накопителями энергии, работающие на топливно-воздушной смеси, а по виду движения, совершаемого звеньями в момент разгона, различают пары вращательного и поступательного движения.

В данной работе рассматривается четырехзвенный прыгающий робот, разгон которого до отрыва от поверхности осуществляется парой поступательного движения, в качестве привода используется привод с накопителем энергии, причем в момент отрыва от поверхности с последней взаимодействует нога устройства, а при приземлении - корпус. Позиционирование объекта для реализации прыжка с заданными параметрами осуществляется путем поворота разгонного модуля относительно корпуса, позиционирования робота после приземления не требуется, т.к. следующий прыжок устройство может совершить с той из сторон корпуса, на которую произошло приземление. Приведен алгоритм

моделирования одного прыжка объекта, представлены результаты, полученные численным путем.

### Математическая модель прыгающего робота

Будем рассматривать прыгающего робота, состоящего из четырех звеньев 1 – 4, первое из которых является стопой, второе и третье образуют ногу, а четвертое представляет собой корпус (рис. 1). На звеньях 2 и 4 установлены приводы, обеспечивающие поворот звеньев 1 и 3 относительно звеньев 2 и 4. На звене 2 также установлен привод, позволяющий звеньям 2 и 3 поступательно перемещаться друг относительно друга [7-9].

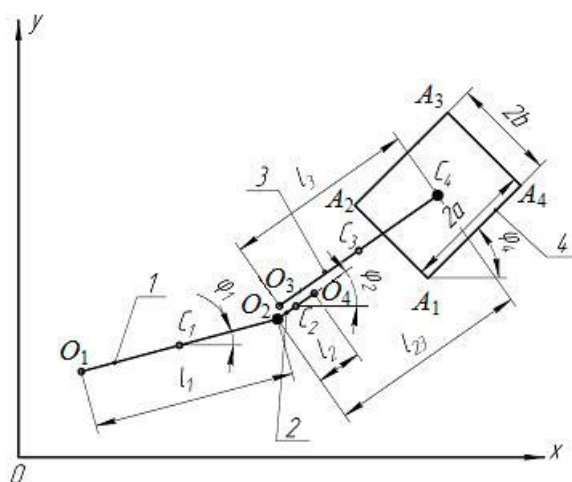


Рис. 1. Расчетная схема четырехзвенного прыгающего робота

Прыжок робота происходит в вертикальной плоскости  $Oxy$  с горизонтальной шероховатой поверхностью, совпадающей с осью  $Ox$ . При разработке математической модели будем считать, что звенья  $i=1 - 3$  объекта являются абсолютно твердыми стержнями длинами  $l_i$ , а звено 4 – абсолютно твердым прямоугольником  $A_1A_2A_3A_4$  размерами  $2a \times 2b$ . Масса  $m_i$  каждого звена сосредоточена в центре его симметрии – точке  $C_i$ . Расстояние  $l_{23}$  между точками  $O_2$  и  $C_4$  соответствует длине ноги.

Положение центров масс звеньев робота определяется радиусами-векторами

$$\mathbf{r}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\mathbf{r}_2 = \begin{pmatrix} x_1 + l_1/2 \cos j_1 + l_2/2 \cos j_2 \\ y_1 + l_1/2 \sin j_1 + l_2/2 \sin j_2 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{r}_3 = \begin{pmatrix} x_1 + l_1/2 \cos j_1 + (l_{23} - l_3/2) \cos j_2 \\ y_1 + l_1/2 \sin j_1 + (l_{23} - l_3/2) \sin j_2 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{r}_4 = \begin{pmatrix} x_1 + l_1/2 \cos j_1 + l_{23} \cos j_2 \\ y_1 + l_1/2 \sin j_1 + l_{23} \sin j_2 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Положение звеньев робота описывается вектором координат [9]

$$q = (x_1 \ y_1 \ x_4 \ y_4 \ j_1 \ j_2 \ j_4 \ l_{23})^T, \quad (5)$$

где  $x_1, y_1, x_4, y_4$  – координаты центров масс звеньев 1 и 4,  $j_1, j_2$  и  $j_4$  – углы поворота звеньев 1, 2 и 4,  $l_{23}$  – длина ноги робота. Углы  $j_1$  и  $j_2$  представляют собой углы между звеньями 1, 2 и положительным направлением оси  $Ox$ . Угол  $j_4$  представляет собой угол, под которым сторона корпуса  $A_1A_4$  наклонена к горизонтальной оси.

Для записи системы дифференциальных уравнений движения объекта используются уравнения Лагранжа второго рода. Кинетическая энергия системы определяется по формуле

$$T = \sum_{i=1}^4 T_i, \quad (6)$$

где  $i=1 \div 4$  – звенья робота.

Каждое звено робота совершает плоское движение, поэтому кинетическая энергия  $i$ -ого звена вычисляется следующим образом

$$T_i = m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) / 2 + J_i \dot{j}_i^2 / 2, \quad (7)$$

где  $J_{i,i=1+3} = m_i l_i^2 / 12$ ,  $J_4 = m_4 (a^2 + b^2)$  – центральные моменты инерции звеньев,

$\dot{x}_i, \dot{y}_i$  – проекции скорости центра масс  $i$ -ого звена на оси системы координат,

$j_i^0$  - угловая скорость  $i$ -ого звена.

Система дифференциальных уравнений движения робота может быть записана в матричной форме

$$A(q)\ddot{q} + B(q)\dot{q} + C(q)j_i^0 = F, \quad (8)$$

где  $A(q)$ ,  $B(q)$ ,  $C(q)$  - матрицы коэффициентов,  $F$  - матрица обобщенных сил.

Прыжок устройства состоит из последовательности семи этапов, каждый из которых характеризуется определенным видом движения звеньев [10, 11]. Во время этапов 1 – 3 происходит позиционирование объекта для совершения прыжка, при этом корпус робота взаимодействует с поверхностью, а разгонный модуль, состоящий из звеньев 1 – 3, меняет свое положение относительно корпуса для реализации прыжка под требуемым углом к горизонту. Четвертый этап соответствует разгону устройства, во время которого звено 1 находится на поверхности, а звенья 3 и 4 приобретают скорость, достаточную для отрыва робота от поверхности. Этап 5 характеризует движение робота с отрывом от поверхности, при этом наблюдается втягивание звеньев 1 и 2 в корпус, а этапы 6 и 7 - приземление объекта на корпус и его позиционирование до тех пор, пока одна из сторон корпуса не будет лежать на поверхности.

На геометрические размеры звеньев робота наложены ограничения, обусловленные последовательностью этапов движения

$$l_{23}^{\min} + l_1 \leq b, \quad l_{23}^{\min} + l_1 \leq a, \quad l_2 \leq b, \quad l_2 \leq a, \quad l_3 \leq b, \quad l_3 \leq a, \quad l_{23}^0 > \frac{b}{\sin j_2^0}, \quad (9)$$

где  $j_2^0$  – угол наклона звена 2, при котором происходит разгон объекта до его отрыва от поверхности.

Прыжок исследуемого робота является программно-управляемым, причем управление осуществляется на этапах 1 - 5, когда происходит позиционирование и разгон устройства для отрыва от поверхности, а также непосредственно полет, этапы 6 и 7, во время которых осуществляется

приземление, являются неуправляемыми. Управляющими воздействиями являются моменты, формируемые приводами вращательного движения, которые обеспечивают повороты звеньев робота на требуемые углы, а также сила, создаваемая линейным приводом, за счет которой происходит относительное перемещение звеньев 2 и 3. В данной работе будем рассматривать случай, когда указанные величины являются кусочно-постоянными функциями, численные значения которых на каждом из этапов прыжка являются константами.

### Модель взаимодействия с поверхностью

При реализации одного прыжка робот взаимодействует с шероховатой поверхностью звеном 1 или 4 на одних этапах и перемещается с отрывом от поверхности на других. Будем считать, что при нахождении звена 1 или 4 на поверхности возникают распределенные силы трения и нормальной реакции, которые приводятся к центру приведения - точке  $K$ , расположение которой на данном этапе исследований не рассматривается. Сила взаимодействия данной точки с поверхностью может быть описана различными моделями трения: сухое кулоново трение, трение с непрерывно падающей характеристикой (некулоново трение), трение с уменьшенной динамической составляющей [12, 13]. Будем рассматривать случай, когда в точке  $K$  при взаимодействии с поверхностью будет возникать сила сухого трения, изменяющаяся по закону [14]:

$$F_{fr} = \begin{cases} -fN \operatorname{sgn}(\dot{x}_K), & \text{если } \dot{x}_K \neq 0; \\ -F_{0x}, & \text{если } \dot{x}_K = 0, |F_{0x}| \leq fN; \\ -fN \operatorname{sgn}(F_0), & \text{если } \dot{x}_K = 0, |F_{0x}| > fN. \end{cases} \quad (10)$$

где  $F_{0x}$  – горизонтальная проекция равнодействующей всех сил, кроме силы сухого трения, приложенных к звену, которое взаимодействует с поверхностью;  $f$  – коэффициент трения скольжения;  $N$  – нормальная реакция в опорной точке  $K$ ;  $\dot{x}_K$  – скорость точки  $K$  вдоль оси  $Ox$ .

Будем рассматривать случай, когда модуль возникающей силы трения всегда меньше предельного значения  $|F_{0x}| < fN$ , скольжение тела по поверхности отсутствует. Силами вязкого сопротивления в данной работе будем пренебрегать.

### **Алгоритм моделирования движения робота**

Моделирование движения робота проводится по алгоритму, приведенному на рис. 2. Определение этапа прыжка, в котором находится объект, осуществляется при помощи счетчика  $n$ . Значение  $n=1$  соответствует первому этапу, заключающемуся в повороте ноги до достижения угла  $j_2 = j_2^0$ . После этого объект переходит во второй этап при  $n=2$ , на котором стопа робота поворачивается до тех пор, пока не станет параллельной опорной поверхности ( $j_1 = j_1^0 = p$  - для прыжка вперед). После выполнения указанного условия счетчик увеличивается на единицу  $n=3$ , объект находится в третьем этапе, который заканчивается при достижении стопой опорной поверхности -  $y_1 = 0$ . Четвертый этап ( $n=4$ ), во время которого объект разгоняется, завершается в момент отрыва стопы от поверхности, чему соответствует выполнение условия  $N=0$ , начинается пятый этап ( $n=5$ ) движения устройства до тех пор, пока одна из точек корпуса  $A_j$ ,  $j = 1 \div 4$  не начнет взаимодействовать с поверхностью  $y_{Aj} = 0$ .

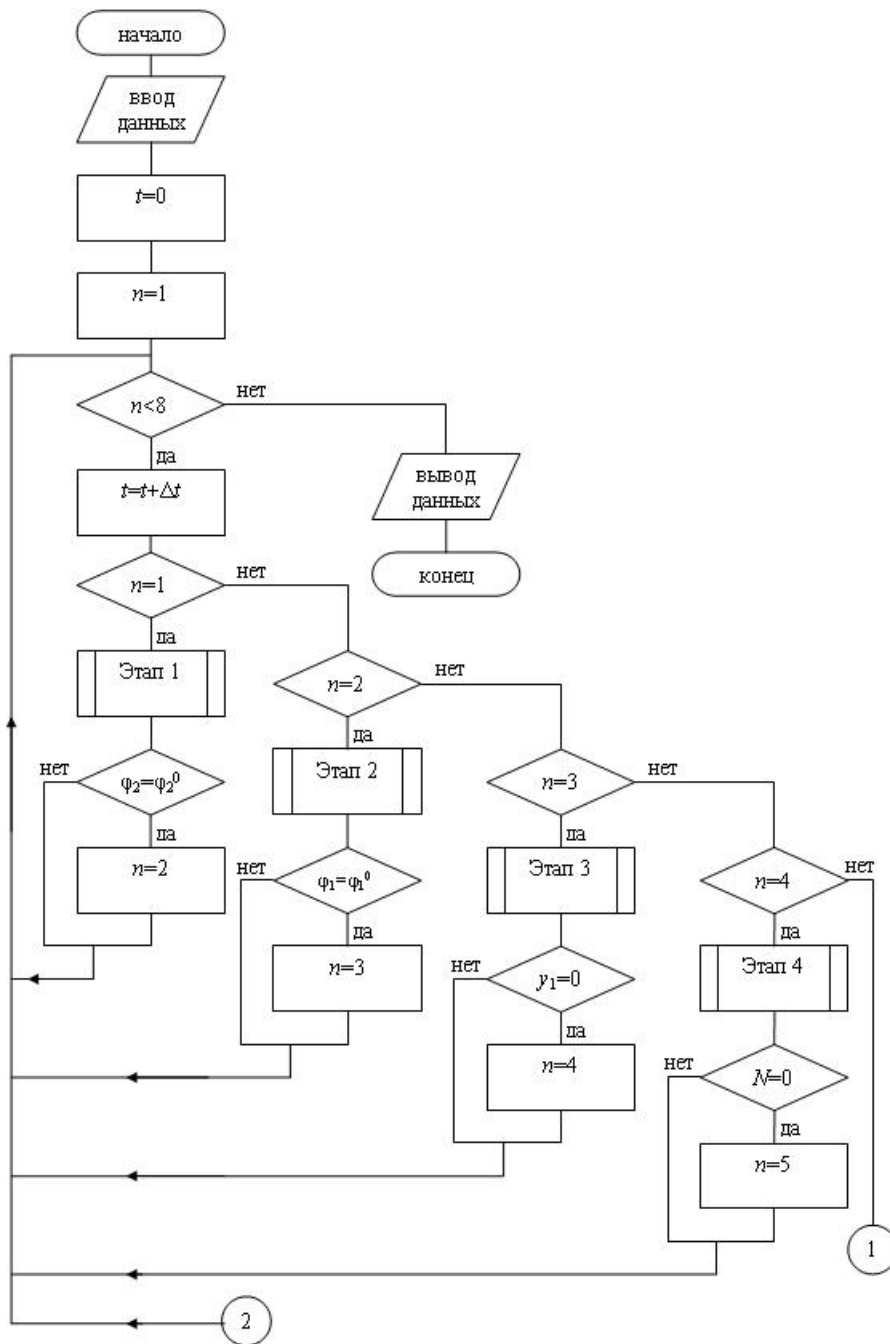


Рис. 2. Алгоритм моделирования одного прыжка робота (начало)



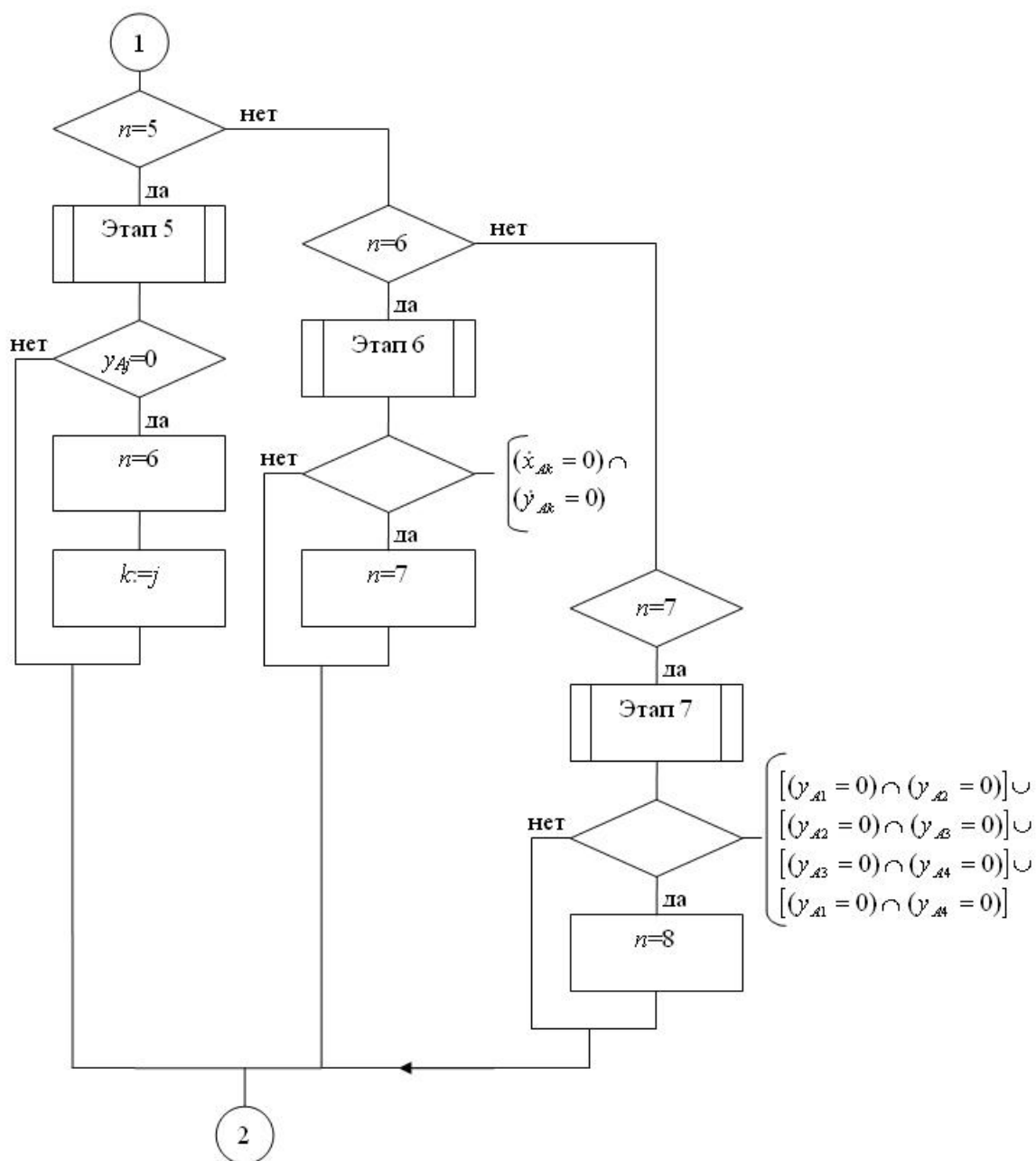


Рис. 2. Алгоритм моделирования одного прыжка робота (конец)

При приземлении происходит обнуление скорости точки (точек) контакта с поверхностью, чему соответствует шестой этап движения робота ( $n=6$ ), а затем ( $n=7$ ) наблюдается движение, которое закончится после того, как одна из сторон корпуса станет взаимодействовать с поверхностью.

### Результаты численного моделирования

Преобразуем разработанную математическую модель реализации одного прыжка робота к безразмерному виду, используя масштабные коэффициенты:  $M=0.05$  кг,  $T=0.1$  с,  $L=0.1$  м. Объектом моделирования является прыгающий робот, массы и геометрические размеры звеньев которого равны:  $m_1=1$ ,  $m_2=1$ ,  $m_3=1$ ,  $m_4=7$ ,  $a=1$ ,  $b=1$ ,  $l_1=0.5$ ,  $l_2=0.9$ ,  $l_3=0.9$ . Начальными условиями моделирования являются следующие:  $t=0$ ,  $x_4=a$ ,  $\dot{x}_4=0$ ,  $y_4=b$ ,  $\dot{y}_4=0$ ,  $j_4=0$ ,  $\dot{j}_4=0$ ,  $j_1=p$ ,  $\dot{j}_1=0$ ,  $j_2=p/2$ ,  $\dot{j}_2=0$ .

Для тестирования разработанных алгоритма и программы моделирования прыжка робота был рассмотрен случай, когда во время этапа полета не происходит втягивания звеньев ноги в корпус. Это соответствует движению робота как материальной точки, брошенной под углом к горизонту. Вращения корпуса в полете относительно его центра масс не происходит в связи с тем, что разгоняющая сила проходит через точку  $C_4$ . Было проведено сравнение рассчитанных в программе высоты  $H$  и длины  $L$  прыжка объекта, под которыми понимались наибольшие расстояния вдоль осей  $Oy$  и  $Ox$  с момента отрыва звена 1 от поверхности до завершения прыжка, с вычисленными аналитическим способом высотой и дальностью полета тела, брошенного под углом к горизонту, результаты которого приведены на рис. 3, 4. На данном и последующих рисунках приняты обозначения:  $j_2^0$  – угол наклона ноги к оси  $Ox$ , под которым приложена сила, осуществляющая отрыв робота от поверхности,  $v_{23}^0$  – скорость робота в момент начала этапа полета,  $h$  – значение ординаты центра масс корпуса робота в момент отрыва последнего от поверхности.

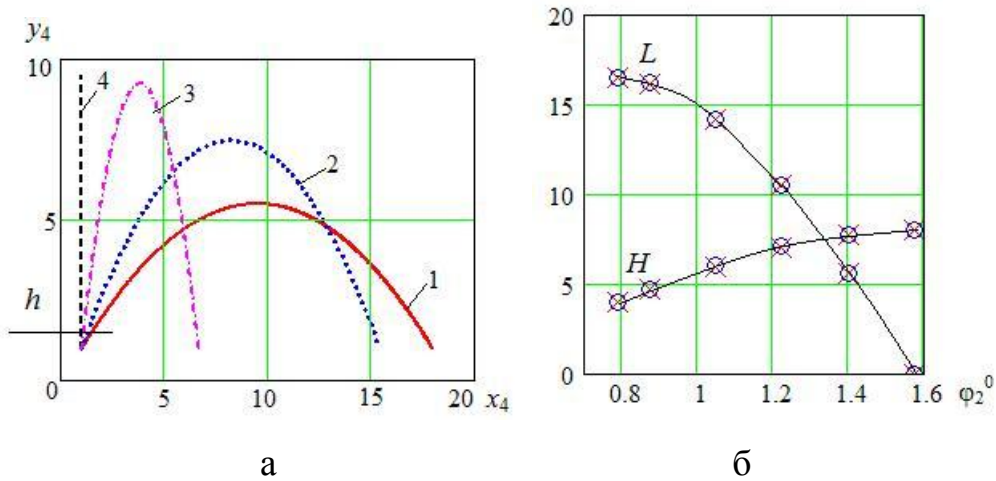


Рис. 3. а - Траектории движения центра масс корпуса при отсутствии втягивания ноги в полете, полученные программно, при  $l_{23}^0 = 4$ ,  $h=1.5$ : 1 –  $j_2^0 = \pi/4$ , 2 –  $j_2^0 = \pi/3$ , 3 –  $j_2^0 = 4\pi/9$ , 4 –  $j_2^0 = \pi/2$ , б – Зависимости  $H(j_2^0)$ ,  $L(j_2^0)$ ,  
 ×× - программные, ○○ - аналитические

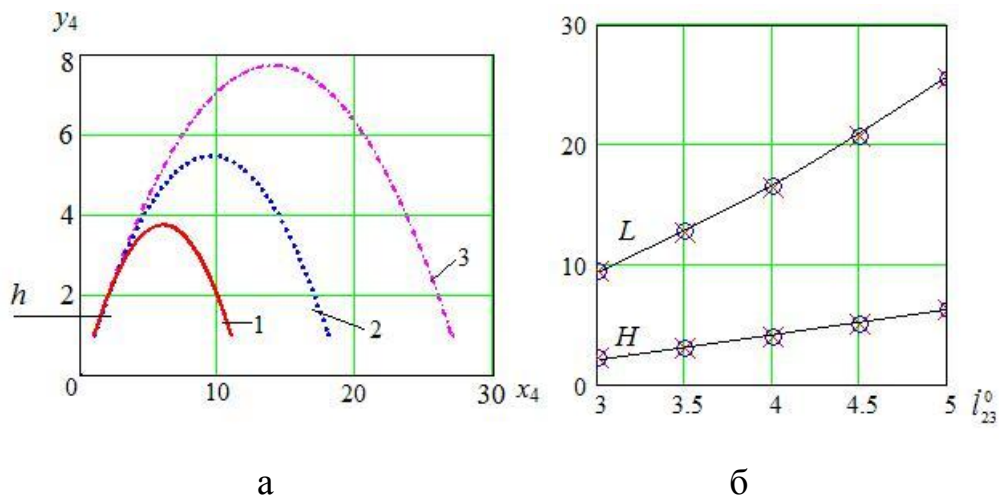


Рис. 4. а - Траектории движения центра масс корпуса при отсутствии втягивания ноги в полете, полученные программно, при  $j_2^0 = \pi/4$ ,  $h=1.5$ : 1 –  $l_{23}^0 = 3$ , 2 –  $l_{23}^0 = 4$ , 3 –  $l_{23}^0 = 5$ , б – Зависимости  $H(j_2^0)$ ,  $L(j_2^0)$ , ×× - программные, ○○ - аналитические

По приведенным графикам видно, что относительная погрешность между значениями высоты и длины прыжка, определенными программно и

аналитически, не превышает 0.5%, что свидетельствует о достаточной точности разработанных алгоритма и программы.

Так как при реализации прыжка роботом звенья ноги будут втягиваться в корпус во время полета, это движение будет оказывать влияние на траекторию центра масс корпуса и на значения высоты и длины прыжка. Рассмотрим два способа втягивания ноги в полете: с постоянной скоростью  $\dot{l}_{23}$  и под действием постоянной силы  $F_{23}^5$ . На рис. 5, 6 приведены траектории движения точки  $C_4$  и зависимости высоты и длины прыжка от значений  $\dot{l}_{23}$  и  $F_{23}^5$ .

По графикам рис. 5, 6, а видно, что траектория прыжка робота при равномерном втягивании ноги в корпус имеет вид параболы, выпуклость которой направлена вверх, втягивание ноги под действием силы  $F_{23}^5$  сильно меняет характер траектории.

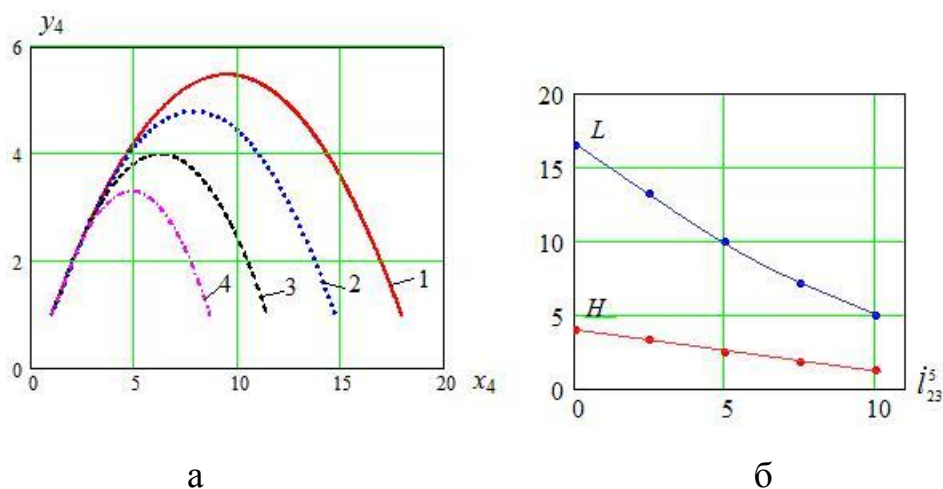


Рис. 5. а – Траектории центра масс корпуса робота при 1 –  $\dot{l}_{23}=0$ , 2 –  $\dot{l}_{23}=2.5$ , 3 –  $\dot{l}_{23}=5$ , 4 –  $\dot{l}_{23}=7.5$ , б - Высота и длина прыжка в зависимости от  $\dot{l}_{23}$

Прыжок на наибольшую высоту и длину происходит при отсутствии втягивания ноги в полете, а с увеличением скорости  $\dot{l}_{23}$  и силы  $F_{23}^5$  высота и длина прыжка убывают по некоторым криволинейным зависимостям (рис. 5, 6, б), причем при постоянной скорости  $\dot{l}_{23}$  кривая убывает

достаточно плавно, а при действии силы  $F_{23}^5$  вначале наблюдается резкое падение высоты и длины прыжка, а затем их плавное убывание.

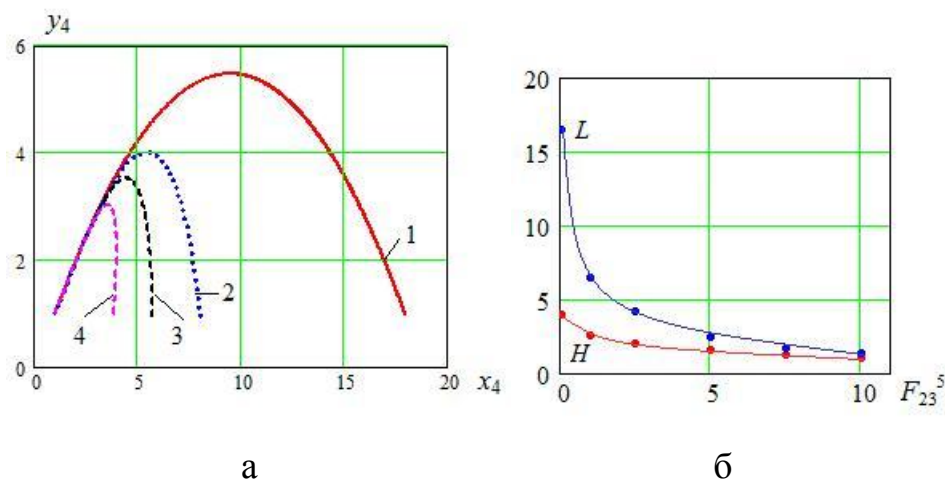


Рис. 6. а – Траектории центра масс корпуса робота при 1 –  $F_{23}^5=0$ ,  
 2 –  $F_{23}^5=1$ , 3 –  $F_{23}^5=2,5$ , 4 –  $F_{23}^5=5$ , б - Высота и длина прыжка в зависимости  
 от  $F_{23}^5$

### Заключение

В статье рассмотрен четырехзвенный прыгающий робот, состоящий из корпуса, ноги, образованной двумя звеньями, и стопы, прыжок устройства представлен в виде последовательности этапов, характеризующихся определенными видами движений звеньев. Для указанного объекта разработана математическая модель, в соответствии с которой осуществлено численное моделирование прыжка устройства по специальному алгоритму.

В статье приведены результаты движения робота в полете как материальной точки, для этого случая проведено тестирование алгоритма и программы, которое показало высокую сходимость с данными аналитического решения. Выявлено влияние на траекторию движения робота и на значения высоты и длины прыжка скорости втягивания звеньев ноги в полете, а также силы, под действием которой это втягивание осуществляется.

*Работа выполнена в рамках гранта РФФИ № 10-08-00769-а, госконтракта № П699 тема № 1.109.10ф.*

### **Список литературы**

1. Brown, B., Zeglin, G. Control of a bow leg hopping robot // IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. 1998. – No. 1. P. 793–798.
2. Kovac M., Schlegel M., Zufferey J.-C., Floreano D. Steerable miniature jumping robot // Autonomous Robots. 2010. - No. 28. P. 295–306.
3. Dubowsky S., Plante JS., Boston P. Low Cost Micro Exploration Robots for Search and Rescue in Rough Terrain // IEEE International Workshop on Safety, Security and Rescue Robotics, USA. 2006. P. 25-30.
4. Fiorini P., Hayati S., Heverly M., Gensler J. A Hopping Robot for Planetary Exploration // Proc. of IEEE Aerospace Conf., Snowmass. 1999. P. 38-43.
5. Kovac M., Schlegel M., Zufferey J. C., Floreano, D. A miniature jumping robot with self-recovery capabilities // IEEE/RSJ international conference on robotics and automation, 2009. P. 583–588.
6. [www.bostondynamics.com](http://www.bostondynamics.com).
7. Волкова Л.Ю., Серебровский В.В., Яцун С.Ф. Исследование движения многозвенного робота, перемещающегося с отрывом от поверхности // Известия Юго-Западного государственного университета. 2012. № 1 (40). Ч. 2. С. 12-18.
8. Яцун С.Ф., Рукавицын А.Н., Волкова Л.Ю. Исследование динамики управляемого прыжка робота // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2012. Т. 14. №4(5). С. 1355 – 1358.
9. Яцун С.Ф., Волкова Л.Ю., Рублев С.Б. Исследование управляемого прыжка многозвенного робота // Актуальные вопросы технических наук (II): материалы междунар. заоч. науч. конф. Пермь, 2013. С. 62 – 65.
10. Яцун С.Ф., Волкова Л.Ю. Управление высотой и длиной прыжка робота путем его позиционирования и разгона // Известия ЮЗГУ. Серия Техника и технологии. 2012. № 2. Ч. 1 С. 210-213.
11. Яцун С.Ф., Волкова Л.Ю. Исследование влияния закона втягивания ноги в полете на высоту и длину прыжка многозвенного робота // Materiály IX mezinárodní vědecko - praktická conference «Moderní vymoženosti vědy – 2013». Praha, Str. 77-81.
12. Лушников Б.В. Компьютерное моделирование динамики элемента сухого некулонова трения // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2010. Т.12. №1(2). С.439-444.
13. Лушников Б.В. Испытательный стенд для идентификации динамических параметров сухого некулонова трения // Фундаментальные исследования. 2012. №3. Ч.3. С. 238-241.
14. Болотник Н. Н., Зейдис И.М., Циммерман К. и др. Динамика управляемых движений вибрационных систем // Изв. РАН.ТиСУ. 2006. №5. С. 157–167.

### **References**

1. Brown, B., Zeglin, G. Control of a bow leg hopping robot // IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. 1998. – No. 1. P. 793–798.
2. Kovac M., Schlegel M., Zufferey J.-C., Floreano D. Steerable miniature jumping robot // Autonomous Robots. 2010. - No. 28. P. 295–306.

3. Dubowsky S., Plante JS., Boston P. Low Cost Micro Exploration Robots for Search and Rescue in Rough Terrain // IEEE International Workshop on Safety, Security and Rescue Robotics, USA. 2006. P. 25-30.

4. Fiorini P., Hayati S., Heverly M., Gensler J. A Hopping Robot for Planetary Exploration // Proc. of IEEE Aerospace Conf., Snowmass. 1999. P. 38-43.

5. Kovac M., Schlegel M., Zufferey J. C., Floreano, D. A miniature jumping robot with self-recovery capabilities // IEEE/RSJ international conference on robotics and automation, 2009. P. 583–588.

6. [www.bostondynamics.com](http://www.bostondynamics.com).

7. Volkova L.Ju., Serebrovskij V.V., Jacun S.F. Issledovanie dvizhenija mnogozvennogo robota, peremeshhajushhegosja s otryvom ot poverhnosti // Izvestija Jugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. 2012. № 1 (40). Ch. 2. S. 12-18.

8. Jacun S.F., Rukavicyn A.N., Volkova L.Ju. Issledovanie dinamiki upravljajemogo pryzhka robota // Izvestija Samarskogo nauchnogo centra Rossijskoj akademii nauk. 2012. T. 14. №4(5). S. 1355 – 1358.

9. Jacun S.F., Volkova L.Ju., Rublev S.B. Issledovanie upravljajemogo pryzhka mnogozvennogo robota // Aktual'nye voprosy tehniceskikh nauk (II): materialy mezhdunar. zaoch. nauch. konf. Perm', 2013. S. 62 – 65.

10. Jacun S.F., Volkova L.Ju. Upravlenie vysotoj i dlinoj pryzhka robota putem ego pozicionirovanija i razgona // Izvestija JuZGU. Serija Tehnika i tehnologii. 2012. № 2. Ch. 1 S. 210-213.

11. Jacun S.F., Volkova L.Ju. Issledovanie vlijanija zakona vtjagivanija nogi v polete na vysotu i dlinu pryzhka mnogozvennogo robota // Materiály IX mezinárodní vědecko - praktická conference «Moderní vymoženosti vědy – 2013». Praha, Str. 77-81.

12. Lushnikov B.V. Komp'juternoe modelirovanie dinamiki jelementa suhogo nekulonova trenija // Izvestija Samarskogo nauchnogo centra Rossijskoj akademii nauk. 2010. T.12. №1(2). S.439-444.

13. Lushnikov B.V. Ispytatel'nyj stend dlja identifikacii dinamiceskikh parametrov suhogo nekulonova trenija // Fundamental'nye issledovanija. 2012. №3. Ch.3. S. 238-241.

14. Bolotnik N. N., Zejdis I.M., Cimmerman K. i dr. Dinamika upravljajemyh dvizhenij vibracionnyh sistem // Izv. RAN.TiSU. 2006. №5. S. 157–167.