

УДК 631.313.72

**КИНЕМАТИКА ИГОЛЬЧАТОГО ДИСКА**

Пономарев Артем Васильевич

аспирант

*Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия*

В статье дана траектория движения конца иглы рабочего органа игольчатой бороны

Ключевые слова: ЦИКЛОИДА, ИГОЛЬЧАТЫЙ ДИСК, АБСОЛЮТНАЯ СКОРОСТЬ, ВЕКТОР, КИНЕМАТИЧЕСКИЙ ПАРАМЕТР

УДК 631.313.72

**KINEMATICS OF NEEDLE-SHAPED DISK**

Ponomarev Artem Vasilievich

postgraduate student

*Kuban state agrarian university, Krasnodar, Russia*

In the article, kinematics of needle-shaped disk is reviewed

Keywords: CYCLOID, NEEDLE-SHAPED DISK, ABSOLUTE SPEED, VECTOR, KINEMATIC PARAMETER

Обработка почвы в многолетних насаждениях, к которым относятся сады и виноградники, проводятся для уничтожения сорной растительности, накопление и сбережение влаги, аэрации, создания необходимых условий для микробиологических процессов[1,2]

Важным фактором плодородия является плотность почвы, зависящая напрямую от числа проходов машин по ней. Минимальное число проходов, за которое можно обработать почву, обеспечивают ротационные почвообрабатывающие орудия.

Игольчатый диск является рабочим органом ротационной игольчатой мотыги, применяемой для разрушения почвенной корки. Уничтожение корки должно происходить с возможно меньшим распылением почвы. Этого можно добиться в результате правильного сочетания формы иглы диска с его вращением при поступательном перемещении(см. патент RU125013 U1)

Анализируя рисунок 1, видим, что игольчатый диск за счет взаимодействия игл с почвой получает вращательное движение, при этом перемещаясь поступательно. Если бы диск имел сплошное лезвие, он перекатывался бы без скольжения по прямой  $k_1 - k_5$ , а его центр перемещался поступательно по прямой  $p_1 - p_5$ , каждая точка в пространстве описывала бы циклоиду  $S_1 - S_5$ . В нашем случае диск имеет иглы вместо сплошного лезвия, то следовательно траектория движения конца иглы будет пред-

ставлена последовательностью дуг  $A_1A_2, A_2A_3$  и т. д. Уравнение такой траектории для идеального случая когда иглы считаются абсолютно жесткими и перемещение диска осуществляется по абсолютно жесткой плоскости, т.е. когда центр диска перемещается по дугам  $O_2O_3, O_3O_4$  и т. д., не имеющим плавного сопряжения.

В реальных условиях почва, по которой перемещается игольчатый диск, является пластичным материалом, обладающим в некоторой степени упругими свойствами.

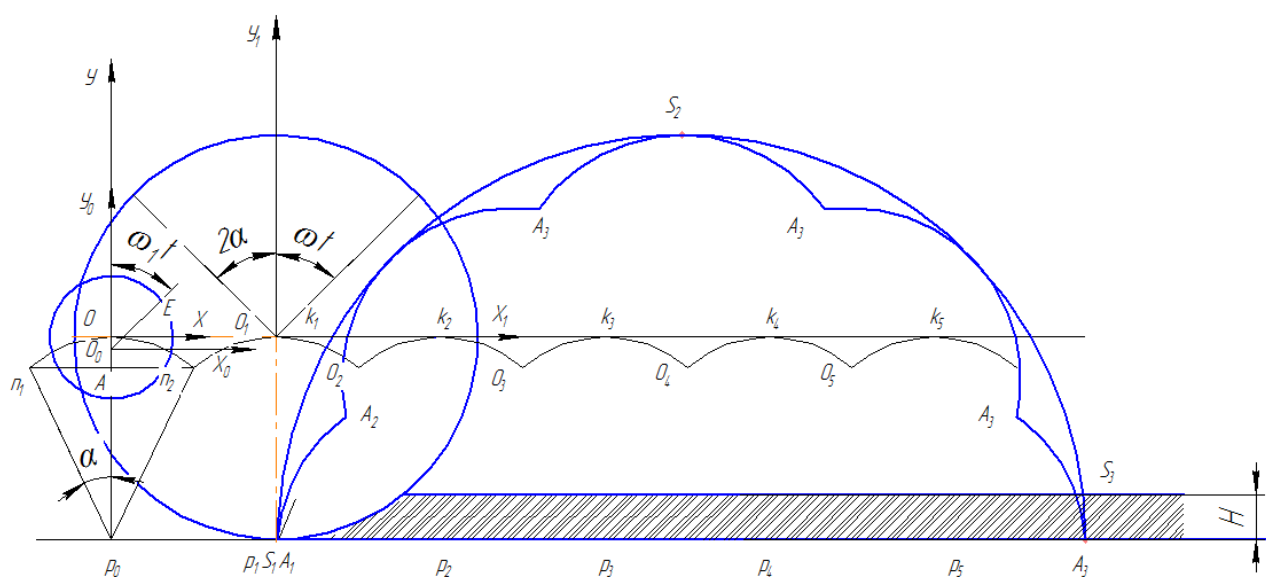


Рисунок – 1 Траектория движения диска

Это является следствием не только упругих свойств почвы, но и того, что в момент, когда центр диска переходит с одной дуги на другую, с почвой взаимодействует (благодаря погружению) сразу несколько игл. При этом конец иглы в пространстве будет описывать не идеальную циклоиду.

Рассматривая траекторию перемещения центра диска  $O_1O_2, O_2O_3, O_3O_4, O_4O_5$ , видим что она циклична с явно выраженным периодом колебания. Это позволяет отнести ее к типу циклоид, не забывая, конечно, что циклоида имеет переменный радиус кривизны, в то время как траектория движения центра диска в идеальном случае представлена последовательностью дуг с постоянным радиусом кривизны, равным радиусу диска [3].

Циклоида может быть обыкновенной, удлиненной и укороченной [4]. В совокупности эти три вида циклоиды представляют собой бесчисленное множество траекторий, описываемых точками плоскости круга радиуса (рисунок.2), перекатывающегося по прямой без скольжения. Из этого множества траекторий можно выбрать такую, которая будет весьма близка к действительной траектории движения центра диска.

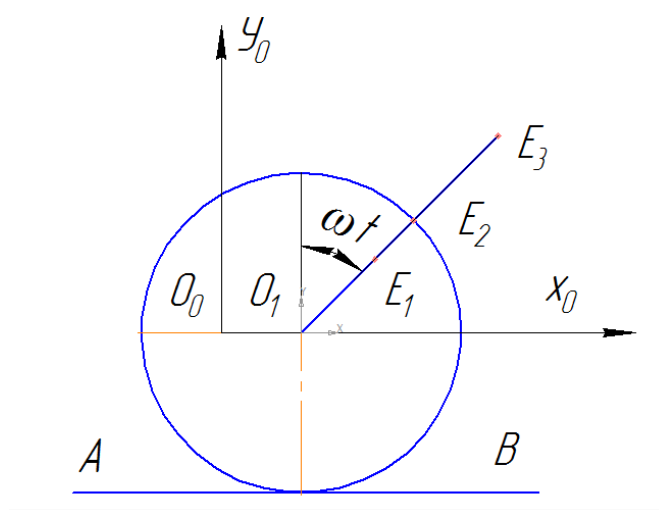


Рисунок 2 – Траектория движения циклоиды

Обыкновенная циклоида описывается точкой  $E_2$ , лежащей на окружности при качении последней по прямой  $A - B$  без скольжения.

Если взять точку  $E_1$  внутри круга, то она будет описывать укороченную циклоиду, а если точка лежит вне круга  $E_3$ , то ее траектория будет удлиненной циклоидой.

Окружность радиуса  $O_1E_2=r$  (рисунок2) катится по прямой без скольжения. Обозначая расстояние от центра круга до любой точки, лежащей на прямой  $O_1E_3$ , через  $h_1$ , будем иметь:

а) уравнение обыкновенной циклоиды:

$$\begin{cases} x_0 = \omega_1 t r + r \sin \omega_1 t \\ y_0 = r \cos \omega_1 t \end{cases} \quad (1)$$

где  $\omega_1$  – угловая скорость вращения круга, рад/с;

$h$  – время пути точки, с.

$r$  – радиус окружности, м.

б) уравнение укороченной и удлиненной циклоид:

$$\begin{cases} x_0 = r \omega_1 t + h \sin \omega_1 t \\ y_0 = h \cos \omega_1 t \end{cases} \quad (2)$$

Если  $h < r$  уравнение (2) будут описывать укороченную циклоиду, а если  $h > r$  – удлиненную.

Из изложенного вытекает, что необходимо выбрать три системы отсчета. Первую – ХОУ (Рисунок 1), неподвижную, связанную с почвой. Вторую  $X_0O_0Y_0$ , тоже неподвижную связанную с почвой, но опущенную относительно первой на определенную, пока еще неизвестную величину. И третью  $X_1O_1Y_1$  – подвижную, связанную только с поступательным и колебательным перемещением центра диска и не связанную с его вращательным движением. Начало этой системы совпадает с центром диска[3]

Воспользуемся правилом перехода из одной системы в другую [5], получим уравнение конца иглы диска в абсолютном движении:

$$\begin{cases} x = x_1 + x' \\ y = y_1 + y' \end{cases} \quad (3)$$

где  $x_1, y_1$  – координаты конца иглы в относительном движении;

$x', y'$  – координаты центра диска в системе ХОУ, (рисунок 1)

Определим траекторию движения центра диска в системе отсчета  $X_0O_0Y_0$ . Это траектория описывается уравнением (1) и (2). Радиус условной окружности ( $r=O_0E$ ), входящий в эти уравнения, можно найти следующим образом: учитывая, что эта окружность перекрывается без скольжения, за один полный оборот она должна пройти путь  $n_1 n_2$  (рисунок 1):

$$n_1 n_2 = 2R \sin \alpha = 2\pi r,$$

откуда  $r = \frac{R \sin \alpha}{\pi}$  (4)

обозначим  $\lambda_1 = \frac{h}{r}$ ,

перепишем уравнение (2) так:

$$x_0 = r \omega_1 t + \lambda_1 r \sin \omega_1 t$$

$$y_0 = \lambda_1 r \cos \omega_1 t \quad (5)$$

Поскольку условная окружность катится без скольжения, то:

$$\omega_1 r = V_{\pi} \quad (6)$$

где  $V_{\pi}$  – поступательная скорость перемещения диска, м/с;

$\omega_1$  – угловая скорость вращения условной окружности рад/с.

Угловую скорость условной окружности можно выразить через угловую скорость вращения диска. Для этого используем то положение, что время полного оборота окружности равно времени поворота диска – на угол  $2\alpha$  (Рисунок 1).

$$\omega_1 t = 2\pi \quad \text{и} \quad \omega t = 2\alpha,$$

откуда находим

$$\omega_1 = \frac{\omega\pi}{\alpha}, \quad (7)$$

После подстановки найденных значений в уравнения (5) они примут вид:

$$\begin{cases} x_0 = V_{\pi}t + \frac{\lambda_1 R \sin \alpha}{\pi} \sin \frac{\omega\pi}{\alpha} t \\ y_0 = \frac{\lambda_1 R \sin \alpha}{\pi} \cos \frac{\omega\pi}{\alpha} t \end{cases} \quad (8)$$

Это уравнение траектории центра диска в переносном перемещении

На рисунке 1 начало системы отсчета ХОУ совпадает с вершиной кривой, по которой движется центр диска.

Уравнение перевода траектории центра диска из системы отсчета  $X_0O_0Y_0$  в систему ХОУ в этом случае будут иметь вид:

$$\begin{cases} x' = x_0 + x_c \\ y' = y_0 + y_c \end{cases} \quad (9)$$

где  $x_c, y_c$  – координаты начала системы  $X_0O_0Y_0$  в системе ХОУ.

При  $\omega t=0$  имеем:

$$\begin{cases} x_c = x_0 = 0 \\ y_c = y_0 = \frac{\lambda_1 R \sin \alpha}{\pi} \end{cases} \quad (10)$$

Уравнение траектории центра диска в переносном движении получим после подстановки необходимых данных в уравнение (9):

$$\begin{cases} x' = V_{\pi}t + \frac{\lambda_1 R \sin \alpha}{\pi} \sin \frac{\omega\pi}{\alpha} t, \\ y' = \frac{\lambda_1 R \sin \alpha}{\pi} \left( \cos \frac{\omega\pi}{\alpha} t - 1 \right) \end{cases} \quad (11)$$

Траектория движения конца иглы представляет собой окружность, определяемую уравнениями:

$$\begin{cases} x_1 = R \sin \omega t \\ y_1 = R \cos \omega t \end{cases} \quad (12)$$

Причем за начало отсчета взято верхнее положение конца иглы на оси  $O_1Y_1$  (рисунок 1)

Для получения абсолютной траектории конца иглы диска в уравнение (3) подставим данные уравнения (11) и (12).

$$\begin{cases} x = \sin \omega t + V_{\pi} t + \frac{\lambda_1 R \sin \alpha}{\pi} \sin \frac{\omega \pi}{\alpha} t \\ y = R \cos \omega t + \frac{\lambda_1 R \sin \alpha}{\pi} \left( \cos \frac{\omega \pi}{\alpha} t - 1 \right) \end{cases} \quad (13)$$

В этих уравнениях величина  $\lambda_1$  определяет вид траектории, по которой движется центр диска. Так, при  $\lambda_1 = 1$  центр диска будет двигаться по обыкновенной циклоиде, при  $\lambda_1 < 1$  – по укороченной, при  $\lambda_1 > 1$  – по удлиненной.

Каким же образом из всех возможных траекторий движения диска выбрать такую, которая была бы ближе всего к действительной траектории.

Анализируя рисунок 1 можно предположить, что расстояние от нижнего положения, которое может занимать центр диска, до верхнего по вертикали, равно:

$$AO = R - R \cos \alpha \quad (14)$$

Аналогичное расстояние для циклоиды (рисунок 1 ) равно  $2h$ .

Теперь можно сформулировать условие. Теоретическая траектория будет близка к действительной если:

$$AO - 2h = 0 \quad (15)$$

или

$$R - R \cos \alpha = 2\lambda_1 \rho,$$

откуда

$$\lambda_1 = \frac{\pi}{2} \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (16)$$

Подставляя эту величину в уравнение (13), окончательно получим:

$$\begin{cases} x = R \sin \omega t + V_{\pi} t, \\ y = R \sin \omega t + \frac{R}{2} (1 - \cos \alpha) \left( \cos \frac{\omega \pi}{\alpha} t - 1 \right), \end{cases} \quad (17)$$

где  $\omega$  – угловая частота вращения диска;

$R$  – радиус диска;

$2\alpha$  – угол между углами;

$t$  – время.

Дифференцируя эти уравнения по времени, получим:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = V_{\pi} (\lambda \cos \omega t + 1), \quad (18)$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = \lambda V_{\pi} \frac{\pi}{2\alpha} (\cos \alpha - 1) \left( \sin \frac{\omega \pi}{\alpha} t - \lambda V_{\pi} \sin \omega t \right), \quad (19)$$

Модуль абсолютной скорости конца иглы определится по формуле:

$$V_a = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, \quad (20)$$

Принимая  $\frac{\lambda \pi}{\alpha} (\cos \alpha - 1) = A$  и подставляя формулы (18) и (19)

в уравнение (20), после преобразований получим:

$$V = V_{\pi} \sqrt{1 + \lambda^2 + 2 \cos \omega t + \frac{1}{4} A^2 \sin^2 \frac{\omega \pi}{\alpha} t - \lambda A \sin \frac{\omega \pi}{\alpha} t \sin \omega t}. \quad (21)$$

Модуль абсолютного ускорения определим по формуле:



$$W = \omega^2 R \sqrt{1 + B^2 \cos^2 \frac{\omega\pi}{\alpha} t - 2B \cos \frac{\omega\pi}{\alpha} t \cos \omega t}, \quad (22)$$

где  $B = \frac{\pi^2}{2\alpha^2} (\cos \alpha - 1)$ .

Запишем выражение направляющих косинусов вектора абсолютной скорости конца иглы:

$$\cos(\vec{V}, x) = \frac{\frac{dx}{dt}}{\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}}; \quad (23)$$

$$\cos(\vec{V}, y) = \frac{\frac{dy}{dt}}{\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}}; \quad (24)$$

Подставляя в формулы (22) и (23) необходимые данные, после преобразования найдем:

$$\cos(\vec{V}, x) = \frac{\lambda \cos \omega t + 1}{\sqrt{1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos \omega t + \frac{1}{4} A^2 \sin^2 \frac{\omega\pi}{\alpha} t - \lambda A \sin \frac{\omega\pi}{\alpha} t \sin \omega t}}, \quad (25)$$

$$\cos(\vec{V}, y) = \frac{\lambda \frac{\pi}{2\alpha} (\cos \alpha - 1) \sin \frac{\omega\pi}{\alpha} t - \lambda \sin \omega t}{\sqrt{1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos \omega t + \frac{1}{4} A^2 \sin^2 \frac{\omega\pi}{\alpha} t - \lambda A \sin \frac{\omega\pi}{\alpha} t \sin \omega t}}. \quad (26)$$

Вектор абсолютной скорости конца иглы будет перпендикулярен поверхности поля, если

$$\cos(\vec{V}, x) = -1. \quad (27)$$

Выполняя условия (27) и преобразуя выражение (26) получим:

$$\lambda^2 \cos^2 \omega t + 2\lambda \cos \omega t + 1 = 0. \quad (28)$$

В момент входа иглы в почву (Рисунок 4)

$$\omega t = \frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{R-h}{R} + 1 = 0. \quad (29)$$

Тогда уравнение (29) после преобразования примет вид:

$$\lambda^2 \left(\frac{R-h}{R}\right)^2 - 2\lambda \frac{R-h}{R} + 1 = 0 \quad (30)$$

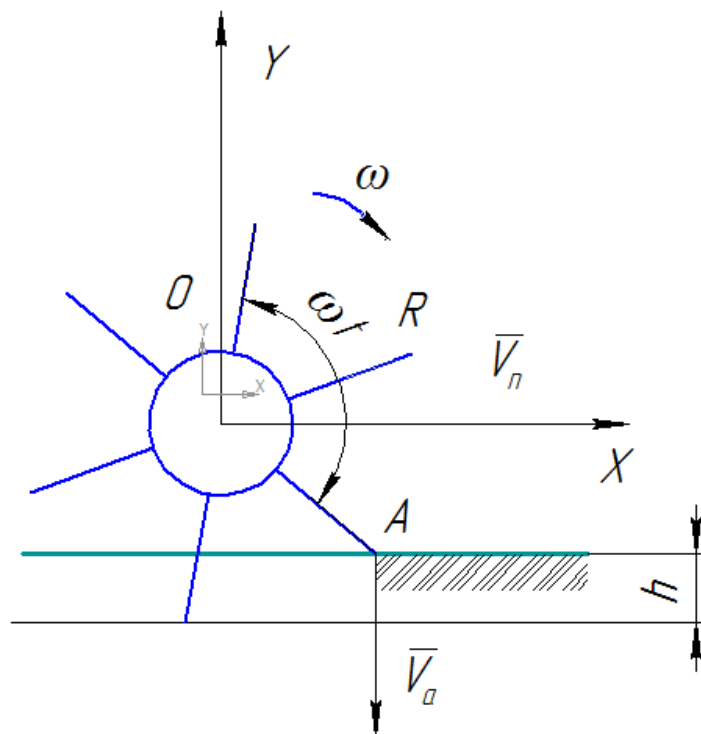


Рисунок 3 – Схема движения игольчатого диска

Решая уравнение (30) относительно  $\lambda$ , имеем:

$$\lambda = \frac{R}{R - h} \quad (31)$$

Анализируя уравнение (31) задавшись различными радиусами игольчатого диска, кинематического параметра  $\lambda$  возрастает с увеличением глубины.

### Литература

- 1 Егоров В., Назарян Е. Справочник по садоводству. – М.: Профиздат, 1965 – 249с.
- 2 Пелях М.А, Справочник виноградаря. – М.: Колос, 1982 – с.157-158.
- 3 Канарев Ф.М., Кинематика игольчатого диска. – Тр. Кубанского СХИ. Краснодар 1971.
- 4 Смирнов В.И, Курс высшей математики. – Т.1.:М «Наука» 1967г.
- 5 Выгодский М.Я, Аналитическая геометрия. – М.: Гос. изд. физико-математической литературы, 1963.
- 6 Власенко И.А, Кинематика игольчатого диска. Труды КСХИ. Вып. 173(201). Краснодар, 1979.

### References

- 1 Egorov V., Nazarjan E. Spravochnik po sadovodstvu. – M.: Profizdat, 1965 – 249s.
- 2 Peljah M.A, Spravochnik vinogradarja. – M.: Kolos, 1982 – s.157-158.
- 3 Kanarev F.M., Kinematika igol'chatogo diska. – Tr. Kubanskogo SHI. Krasno-dar 1971.
- 4 Smirnov V.I, Kurs vvshej matematiki. – T.1.:M «Nauka» 1967g.
- 5 Vygodskij M.Ja, Analiticheskaja geometrija. – M.: Gos. izd. fiziko-matematicheskij literatury, 1963.
- 6 Vlasenko I.A, Kinematika igol'chatogo diska.Trudy KSHI. Vyp. 173(201). Krasnodar, 1979.