

УДК 510.3 (510.22)

UDC 510.3 (510.22)

**ОБОБЩЕННЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ
ЭМЕРДЖЕНТНОСТИ ХАРТЛИ КАК
КОЛИЧЕСТВЕННАЯ МЕРА
СИНЕРГЕТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА
ОБЪЕДИНЕНИЯ БУЛЕАНОВ В
СИСТЕМНОМ ОБОБЩЕНИИ ТЕОРИИ
МНОЖЕСТВ**

**GENERALIZED COEFFICIENT OF
HARTLEY'S EMERGENCE AS THE
QUANTITATIVE STANDARD OF
SYNERGETIC EFFECT OF INTEGRATING OF
BULEANS IN SYSTEM GENERALIZATION OF
THE THEORY OF VARIETIES**

Луценко Евгений Вениаминович
д.э.н., к.т.н., профессор
*Кубанский государственный аграрный универси-
тет, Краснодар, Россия*

Lutsenko Evgeny Veniaminovich
Dr.Sci.Econ., Cand.Tech.Sci., professor
Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia

В статье предлагается общее математическое выражение для количественной оценки системного (синергетического) эффекта, возникающего при объединении булеанов (систем), являющихся обобщением множества в системном обобщении теории множеств и независящее от способа (алгоритма) образования подсистем в системе. Для этой количественной меры предложено название: «Обобщенный коэффициент эмерджентности Р.Хартли» из-за сходства его математической формы с локальным коэффициентом эмерджентности Хартли, отражающим степень отличия системы от множества его базовых элементов. Для локального коэффициента эмерджентности Хартли также предложено обобщение, независящее от способа (алгоритма) образования подсистем в системе. Приводятся численные оценки системного эффекта при объединении двух систем с применением авторской программы, на которую дается ссылка

In the article general mathematical expression for a quantitative assessment of system (synergetic) effect, arising when integrating buleans (systems), being a generalization of sets in system generalization of the theory of varieties and independent of an expedient (algorithm) of formation of subsystems in system is offered. For this quantitative standard the name is offered: «Generalized coefficient of emergence by R.Hartli» because of likeness of its mathematical shape to the local coefficient of emergence of Hartli, reflecting a degree of difference of system from the variety of its base devices. For local coefficient of emergence of Hartli, the generalization independent of an expedient (algorithm) of formation of subsystems in system is offered. Numerical estimates of system's effect are given at integrating of two systems with application of the author's program to which the reference is given

Ключевые слова: СИСТЕМНЫЙ
СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ, ОПЕРАЦИЯ
ОБЪЕДИНЕНИЯ, БУЛЕАН, СИСТЕМА,
МНОЖЕСТВО, СИСТЕМНОЕ ОБОБЩЕНИЕ
ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ, ЧИСЛЕННОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ, ОБОБЩЕННЫЙ
КОЭФФИЦИЕНТ ЭМЕРДЖЕНТНОСТИ ХАРТЛИ

Keywords: SYSTEM SYNERGETIC EFFECT,
OPERATION OF INTEGRATING, BULEAN,
SYSTEM, SET, SYSTEM GENERALIZATION OF
THE THEORY OF SETS, NUMERICAL
MODELING, GENERALIZED COEFFICIENT OF
EMERGE BY HARTLEY

В статье [1] предложено математическое выражение для обобщенного коэффициента эмерджентности Хартли¹, количественно отражающего величину системного эффекта, возникающего при объединении систем. Для двух систем, образованных на базовых элементах множеств A и B (1):

¹ Назван так автором в статье [1] в честь этого выдающегося ученого в связи со сходством математической формы данного коэффициента с локальным коэффициентом эмерджентности Хартли [2], отражающим уровень системности локальной системы.

$$I = \frac{\text{Log}_2 \sum_{m=1}^M C_{A \cup B}^m}{\text{Log}_2 \left(\sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m \right)} \quad (1)$$

Для объединения M систем семейства $\{K_a\}_{a \in A}$ (2):

$$I = \frac{\text{Log}_2 \sum_{m=1}^M C_{\bigcup_{a \in A} K_a}^m}{\text{Log}_2 \bigcup_{a \in A} \sum_{m=1}^M C_{K_a}^m} \quad (2)$$

При получении этих выражений в статье [1] в соответствии с системной теорией информации (СТИ) [2] предполагается, что количество подсистем N_A в системе, образованной на некотором множестве базовых элементов A , равно сумме числа сочетаний этих элементов от 1 до M :

$$N_A = \sum_{m=1}^M C_A^m \quad (3)$$

Обобщим выражения (1) и (2) без использования этого предположения. Пусть $P(A)$ – булеан (система), образованная на множестве базовых элементов A , а $P(B)$ – система, образованная на множестве базовых элементов B . В объединение этих систем $P(A) \cup P(B)$ входят все подсистемы обоих этих подсистем, тогда как в систему $P(A \cup B)$, образованную на объединении базовых множеств $A \cup B$, кроме того, входят подсистемы, включающие базовые элементы как 1-го, так и 2-го базовых множеств *одновременно*.

Поэтому система, образованная на объединении базовых множеств, имеет большую мощность, чем мощность объединения систем, образованных на исходных базовых множествах:

$$P(A \cup B) > P(A) \cup P(B) \quad (4)$$

Вышесказанное практически полностью совпадает с классическим определением системного (синергетического, эмерджентного) эффекта: «Свойства системы превосходят сумму свойств ее частей и не сводятся к ним». При этом степень отличия свойств системы от свойств составляющих ее элементов (базового множества) обоснованно считать ее уровнем системности [1-9].

Поэтому *предлагается* считать, что разность в мощности этих систем (системы, образованной на объединении базовых множеств, и системы, являющейся объединением систем, образованных на исходных базовых множествах) представляет собой системный эффект, возникший за счет их объединения:

$$S = P(A \cup B) - P(A) \cup P(B) \quad (5)$$

Используем классическую формулу Р.Хартли для количества информации, получаемого при идентификации элемента множества, состоящего из N элементов:

$$I = \text{Log}_2 N \quad (6)$$

для расчета *количества информации*, получаемого при идентификации одной из подсистем системы, образованной на объединении базовых множеств, и системы, являющейся объединением систем, образованных на исходных базовых множествах:

$$I_s = \text{Log}[P(A \cup B)] - \text{Log}[P(A) \cup P(B)] \quad (7)$$

Откуда непосредственно² получаем выражение для обобщенного коэффициента эмерджентности Хартли, независящее от предположения о способе образования подсистем на основе элементов базовых множеств:

$$I_s = \frac{\text{Log}[P(A \cup B)]}{\text{Log}[P(A) \cup P(B)]} \quad (8)$$

${}_2 \log_a \frac{b}{c} = \log_a |b| - \log_a |c| \quad \left(\frac{b}{c} > 0\right)$

Заметим, что основание логарифма в выражении (7) не является существенным, т.к. берется их отношение.

Обобщим выражение (7) на произвольное количество систем. Пусть дано не 2 системы, а семейство систем: $\{K_a\}_{a \in A}$. Тогда для случая многих систем выражения (5) и (8) обобщаются следующим образом:

$$S = P\left(\bigcup_{a \in A} K_a\right) - \bigcup_{a \in A} P(K_a) \quad (9)$$

$$I_S = \frac{\text{Log } P\left(\bigcup_{a \in A} K_a\right)}{\text{Log } \bigcup_{a \in A} P(K_a)} \quad (10)$$

Кроме того, в каждой из систем могут возникать составные элементы из ее *собственных* базовых элементов. Это приводит к системному эффекту, в результате которого система отличается от множества, т.е. содержит больше элементов, чем в порождающем множестве. Этот вид системного эффекта аналитически выражается локальным коэффициентом эмерджентности Хартли (11), который был получен *автором* в 2001 году [9] и назван так в честь этого ученого, внесшего большой вклад с разработку научной теории информации³:

$$j = \frac{\text{Log}_2 \sum_{m=1}^M C_w^m}{\text{Log}_2 W} \quad (11)$$

где:

W – количество базовых элементов в системе;

m – сложность составного элемента системы, т.е. подсистемы (количество базовых элементов в составном элементе);

³ Приходится об этом напоминать, т.к. в ряде материалов, широко распространившихся в научной печати и в Internet, их авторы без ссылки на первичный источник информации о коэффициентах эмерджентности Хартли и Харкевича, т.е. *работы автора*, используют большие фрагменты из этих работ. Чтобы убедиться в этом достаточно сделать запрос: «[коэффициенты эмерджентности Хартли и Харкевича](#)»

M – максимальная сложность подсистем (максимальное количество базовых элементов в составном элементе).

Обобщение локального коэффициента эмерджентности Хартли (11), независящее от способа образования подсистем, имеет вид (12):

$$j = \frac{\text{Log } P(W)}{\text{Log } W} \quad (12)$$

Например, при объединении 2-х систем, содержащих на 1-м уровне иерархии *простые числа*, а на 2-м уровне *составные числа*, являющиеся произведениями различных пар простых сомножителей, образуется объединенная система, 1-й уровень которой является объединением 1-х уровней исходных систем, а 2-й образуется по тому же алгоритму, что и в них (рисунок 1):

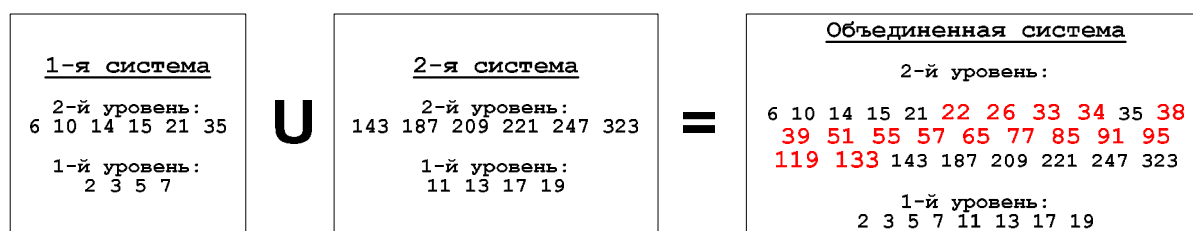


Рисунок 1. Объединение 2-х систем из простых чисел на базовом уровне и сложных чисел, образованных из пар простых, на 2-м уровне⁴

В таблицах 1–4 приведены данные о том, какие составные числа произведениями каких простых являются в рассматриваемом примере:

Таблица 1 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ 1-Й СИСТЕМЫ

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
2	1	2	
3	1	3	
5	1	5	
7	1	7	
6	2	2	3
10	2	2	5
14	2	2	7
15	2	3	5
21	2	3	7
35	2	5	7

⁴ Пример взят из работы (1) и разработан с помощью авторской программы, размещенной по адресу: <http://www.twirpx.com/file/370725/> при параметрах «по умолчанию» и максимальным уровнем сложности

Таблица 2 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ 2-Й СИСТЕМЫ

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
11	1	11	
13	1	13	
17	1	17	
19	1	19	
143	2	11	13
187	2	11	17
209	2	11	19
221	2	13	17
247	2	13	19
323	2	17	19

Таблица 3 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ ОБЪЕДИНЕННОЙ СИСТЕМЫ

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
2	1	2	
3	1	3	
5	1	5	
7	1	7	
11	1	11	
13	1	13	
17	1	17	
19	1	19	
6	2	2	3
10	2	2	5
14	2	2	7
22	2	2	11
26	2	2	13
34	2	2	17
38	2	2	19
15	2	3	5
21	2	3	7
33	2	3	11
39	2	3	13
51	2	3	17
57	2	3	19
35	2	5	7
55	2	5	11
65	2	5	13
85	2	5	17
95	2	5	19
77	2	7	11
91	2	7	13
119	2	7	17
133	2	7	19
143	2	11	13
187	2	11	17
209	2	11	19
221	2	13	17
247	2	13	19
323	2	17	19

Таблица 4 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ ПОДСИСТЕМЫ ОБЪЕДИНЕННОЙ СИСТЕМЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ ЭЛЕМЕНТЫ, ОБРАЗОВАННЫЕ ЗА СЧЕТ СИСТЕМНОГО ЭФФЕКТА

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
22	2	2	11
26	2	2	13
34	2	2	17
38	2	2	19
33	2	3	11
39	2	3	13
51	2	3	17
57	2	3	19
55	2	5	11
65	2	5	13
85	2	5	17
95	2	5	19
77	2	7	11
91	2	7	13
119	2	7	17
133	2	7	19

Числа, показанные на рисунке 3 черным цветом на 2-м уровне объединенной системы, есть на 2-м уровне либо 1-й системы, либо 2-й. Если бы системы объединялись как множества, то никаких других элементов на 2-м уровне объединенной системы и не было бы. Но при объединении систем в объединенной системе могут возникать элементы, образованные из сочетаний базовых элементов нескольких исходных систем одновременно, которых не было в исходных системах и которые могли образоваться только в объединенной системе. В нашем примере на рисунке 3 это числа, показанные более крупным шрифтом и красным цветом на 2-м уровне объединенной системы, образованные из различных пар простых чисел, одно из которых принадлежит 1-й системе, а 2-е – второй (см. таблицы 1–4).

Все полученные выражения стандартно обобщаются также на непрерывный случай путем замены факториалов при расчете числа сочетаний на гамма-функции [9].

В результате запуска этой программы с последовательно увеличивающимся параметром «уровень сложности» при одних и тех же диапазонах базовых элементов, указанных выше, получим результаты, сведенные в таблице 5 и на рисунке 2:

Таблица 5 – ЗАВИСИМОСТЬ ЛОКАЛЬНЫХ И ОБОБЩЕННОГО КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭМЕРДЖЕНТНОСТИ ХАРТЛИ ОТ СЛОЖНОСТИ ОБЪЕДИНЯЕМЫХ СИСТЕМ

Уровень сложности	Локальный коэффициент эмерджентности Хартли			Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли
	1-й системы	2-й системы	Объединенной системы	
1	1,0000000	1,0000000	1,0000000	1,0000000
2	1,6609640	1,6609640	1,7233083	1,1962080
3	1,9036775	1,9036775	2,1745207	1,3569961
4	1,9534453	1,9534453	2,4466167	1,4958251
5	1,9534453	1,9534453	2,5893948	1,5831175
6	1,9534453	1,9534453	2,6475048	1,6186451
7	1,9534453	1,9534453	2,6628949	1,6280544
8	1,9534453	1,9534453	2,6647845	1,6292096
9	1,9534453	1,9534453	2,6647845	1,6292096

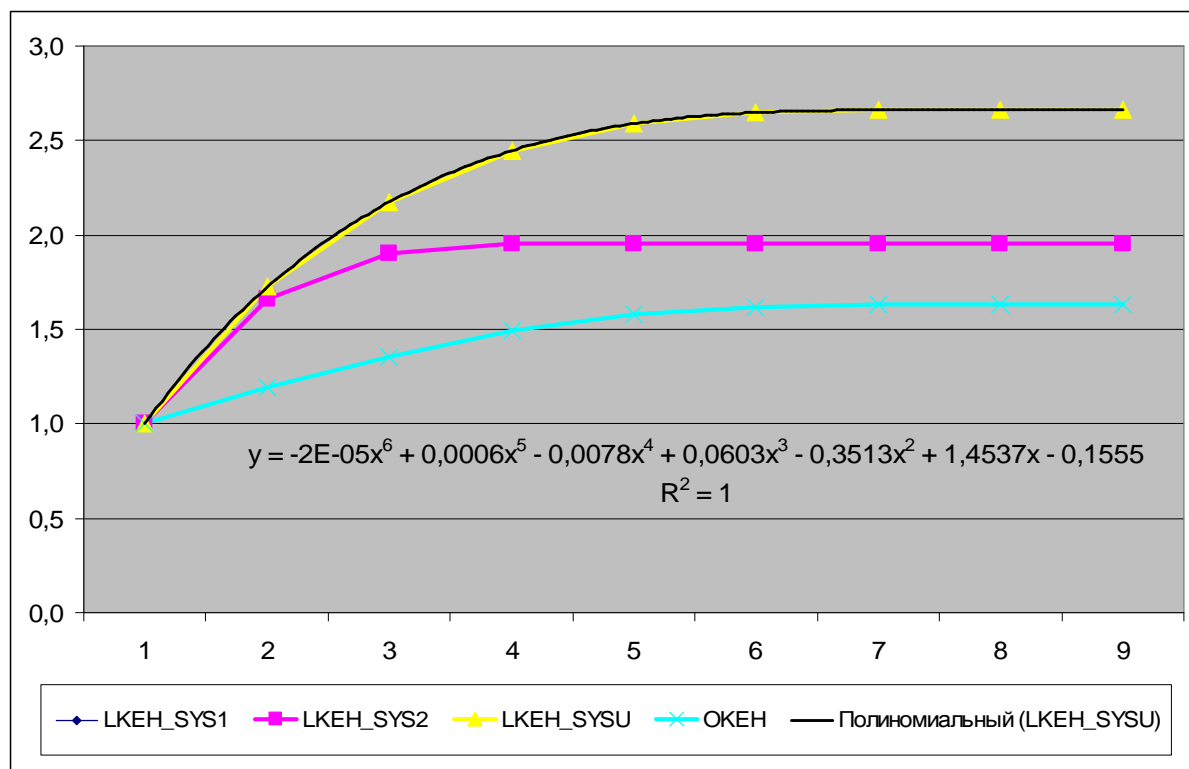


Рисунок 2. Зависимость локальных и обобщенного коэффициентов эмерджентности Хартли от сложности объединяемых систем

На рисунке 2 использованы обозначения:

– LKEN_SYS1 – локальный коэффициент эмерджентности Хартли для систем Sys_1 и Sys_2;

– LKEN_SYSU – локальный коэффициент эмерджентности Хартли для объединенной системы (объединения систем Sys_1 и Sys_2), хорошо аппроксимируется кубическим степенным полиномом:

$$y = -2E-05x^6 + 0,0006x^5 - 0,0078x^4 + 0,0603x^3 - 0,3513x^2 + 1,4537x - 0,1555$$
$$R^2 = 1$$

– ОКЕН – обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли.

Из таблицы 5 и рисунка 2 видно, что при повышении уровня сложности от 4 до 9 уровень системности 1-й и 2-й подсистем не увеличивается. Это связано с тем, что из-за небольшого количества базовых элементов этих системах *отсутствуют* иерархические уровни с 5-го по 9-й, т.е. на них нет ни одного элемента. На других зависимостях также виден «эффект насыщения», проявляющийся в том, что с увеличением уровня сложности системный эффект увеличивается все медленнее и медленнее и выходит на некоторую асимптоту, определяемую количеством базовых элементов в исходных подсистемах.

Выводы.

В статье предлагается общее математическое выражение для количественной оценки системного (синергетического) эффекта, возникающего при объединении булеанов (систем), являющихся обобщением множества в системном обобщении теории множеств и независящее от способа (алгоритма) образования подсистем в системе. Для этой количественной меры предложено название: «Обобщенный коэффициент эмерджентности Р.Хартли» из-за сходства его математической формы с локальным коэффициентом эмерджентности Хартли, отражающим степень отличия систе-

мы от множества его базовых элементов. Для локального коэффициента эмерджентности Хартли также предложено обобщение, независящее от способа (алгоритма) образования подсистем в системе. Приводятся численные оценки системного эффекта при объединении двух систем с применением авторской программы, на которую дается ссылка.

Перспективы.

В перспективе планируется более тщательно исследовать свойства объединения систем, конкретизировать полученные математические выражения для различных способов образования подсистем на основе элементов базовых множеств, разработать системные обобщения других операций над множествами⁵.

Библиографический список

1. Луценко Е.В. Реализация операции объединения систем в системном обобщении теории множеств (объединение булеанов) / Е.В. Луценко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №01(65). – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2011/01/pdf/29.pdf>
2. Луценко Е.В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ в управлении активными объектами (системная теория информации и ее применение в исследовании экономических, социально-психологических, технологических и организационно-технических систем): Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ. 2002. – 605с⁶.
3. Луценко Е.В. Программная идея системного обобщения математики и ее применение для создания системной теории информации / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №02(36). – Шифр Информрегистра: 0420800012\0016. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2008/02/pdf/11.pdf>
4. Луценко Е.В. Неформальная постановка и обсуждение задач, возникающих при системном обобщении теории множеств на основе системной теории информации (Часть 1-я: задачи 1-3) / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №03(37). – Шифр Информрегистра: 0420800012\0031. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2008/03/pdf/12.pdf>
5. Луценко Е.В. Неформальная постановка и обсуждение задач, возникающих при системном обобщении теории множеств на основе системной теории информации (Часть 2-я: задачи 4–9) / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный

⁵ См.: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Операции%20над%20множествами>

⁶ Для удобства читателей некоторые из этих работ приведены на сайте автора: <http://lc.kubagro.ru>

- ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №04(38). – Шифр Информрегистра: 0420800012\0049. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2008/04/pdf/03.pdf>
6. Луценко Е.В. Количественные меры возрастания эмерджентности в процессе эволюции систем (в рамках системной теории информации) / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2006. – №05(21). – Шифр Информрегистра: 0420600012\0089. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2006/05/pdf/31.pdf>
 7. Луценко Е.В. Универсальный информационный вариационный принцип развития систем / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №07(41). – Шифр Информрегистра: 0420800012\0091. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2008/07/pdf/10.pdf>
 8. Луценко Е.В. 30 лет системе «Эйдос» – одной из старейших отечественных универсальных систем искусственного интеллекта, широко применяемых и развивающихся и в настоящее время / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №10(54). – Шифр Информрегистра: 0420900012\0110. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2009/10/pdf/04.pdf>
 9. Луценко Е.В. Существование, несуществование и изменение как эмерджентные свойства систем // Квантовая Магия. – 2008. – Т. 5. – Вып. 1. – С. 1215–1239 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL512008/p1215.html>.